

UNIVERSITÉ DE NANCY

Sc. N. 70
65

FACULTÉ DES SCIENCES

Double

DEFINITION DE LA SYNTAXE DES
LANGAGES DE PROGRAMMATION

THÈSE



pour l'obtention du

DOCTORAT de SPECIALITE MATHEMATIQUES (3ème CYCLE)

Soutenu devant le Jury le 8 mai 1970

par

Jean-Marie LECLAIRE

Jury :	Mr LEGRAS	Président
	Mr PAIR	Examineurs
	Mr BOUSSARD	

Sc. N. $\frac{70}{65}$

UNIVERSITE DE NANCY

FACULTE DES SCIENCES



DEFINITION DE LA SYNTAXE DES
LANGAGES DE PROGRAMMATION

par Jean-Marie LECLAIRE

ANNEE SCOLAIRE 1969/1970

=====

DOYEN : M. AUBRY

ASSESEUR : M. GAY

Doyens honoraires : MM. CORNUBERT - ROUBAULT.

Professeurs honoraires : MM. RAYBAUD - LAFFITTE - LERAY - JOLY -
LAPORTE - EICHBORN - CAPELLE - GODEMENT - L. SCHWARTZ - DIEUDONNE -
DE MALLEMAN - LONGCHAMBON - LETORT - DODE - GAUTHIER - GOUDET -
OLMER - CORNUBERT - CHAPELLE - GUERIN - WAHL - DUBREIL.

Maîtres de Conférences honoraires : MM. LIENHART - PIERRET - Mlle MATHIEU.

PROFESSEURS

MM. ROUBAULT	Géologie	GAYET	Physiologie
VEILLET	Biologie animale	HADNI	Physique
BARRIOL	Chimie théorique	*BASTICK	Chimie
BIZETTE	Physique	DUCHAUFOR	Pédologie
GUILLIEN	Electronique	GARNIER	Agronomie
LEGRAS	Mécanique rationnelle	NEEL	Chimie organique industrielle
BOLFA	Minéralogie	BERNARD	Géologie appliquée
NICLAUSE	Chimie	*CHAMPIER	Physique
FAIVRE	Physique appliquée	*GAY	Chimie biologique
AUBRY	Chimie minérale	STEPHAN	Zoologie
COPPENS	Radiogéologie	*CONDE	Zoologie
DUVAL	Chimie	*WERNER	Botanique
FRUHLING	Physique	EYMARD	Calcul différentiel et intégral
HILLY	Géologie	LEVISALLES	Chimie organique
LE GOFF	Génie chimique	FELDEN	Physique
SUHNER	Physique expérimentale	*GOSSE	Mécanique physique
CHAPON	Chimie biologique	*DAVOINE	Physique (ENSMIN)
HEROLD	Chimie minérale industrielle	HORN	Physique (1 ^{er} cycle)
SCHWARTZ B.	Exploitation minière	*ROCCI	Géologie
MALAPRADE	Chimie	*Mme LUMER	Mathématiques
MANGENOT	Botanique	DELPUECH	Chimie physique
	N...		Chimie biologique
	N...		Mécanique appliquée
	N...		Analyse supérieure
	N...		Méthodes mathématiques de la physique
	N...		Mécanique rationnelle

(*) Professeur titulaire à titre personnel



PROFESSEURS SANS CHAIRE

BASTICK	Chimie P. C. Epinal	BALESDENT	Thermodynamique, Chimie appliquée (ENSIC)
GUDEFIN	Physique	BLAZY	Minéralogie Appliquée (ENSG)
VILLAUME	Psychophysiologie	JANOT	Physique PC Epinal
FRENTZ	Biologie Animale	CACHAN	Entomologie Appliquée (ENSA)
MARI	Chimie (ISIN)	JACQUIN	Pédologie et Chimie agricol
AUROUZE	Géologie	MAINARD	Physique M. P.
DEVIOT	Physique du solide	MARTIN	Chimie P. C.
FLECHON	Physique PC.	DEPAIX	Probabilités et Statistiques
HUET	Mathématiques CBG	PROTAS	Minéralogie
VIGNES	Metallurgie		
PAIR	Mathématiques appliquées		
PAULMIER	Mécanique Expérimentale		
RIVAIL	Chimie Appliquée (Cuces)		

MAITRES DE CONFERENCES

JOZEFOWICZ	Physico-Chimie	GERL	Physique (ENSEM)
VILLERMAUX	Génie Chimique	ROQUES	Chimie Minérale
METCHE	Biochimie appliquée (Brasserie)	FERRIER	Mathématiques
BAUMANN	Physique ler Cycle	GILORMINI	Mécanique (ISIN)
DURAND	Physique	N...	Mécanique des fluides (ISIN)
GRANGE	Physique (ISIN)	N...	Mathématiques
BAVEREZ	Chimie (ENSIC)	N...	Mathématiques P. C.
CHAMBON	Exploitation Minière (Mines)	N...	Mathématiques C. B. G.
HUSSON	Physique (ENSEM)	N...	Physiologie Animale
WEISSLINGER	Physique	N...	Mathématiques M. P.
		N...	Chimie Organique
		N...	Chimie (ENSIC)
		N...	Mathématiques

CHARGES D'ENSEIGNEMENTS

MM. AMARIGLIO - COEURE - DAVRAINVILLE - GIRARDEAU - HILY - SCHREIBER
NOVERRAZ - OVAERT - RUYER - WEBER.

Que Monsieur le Professeur LEGRAS, Directeur de l'Institut Universitaire de Calcul Automatique, trouve ici l'expression de ma profonde gratitude pour l'enseignement qui m'a été dispensé à l'Institut, et, l'honneur qu'il me fait en présidant le Jury.

Ce travail a été effectué sous la direction de Monsieur le Professeur PAIR à qui j'exprime mes plus vifs remerciements pour la formation qu'il m'a donnée et pour les conseils qu'il n'a cessé de m'apporter tout au long de mon travail.

Je remercie Monsieur BOUSSARD, Professeur à la Faculté des Sciences de Grenoble pour l'honneur qu'il me fait en acceptant de participer au Jury.

Je tiens également à remercier toute l'équipe de l'Institut de Calcul Automatique et particulièrement Mademoiselle D. MARCHAND qui a réalisé matériellement ce travail.

SOMMAIRE

Introduction

Chapitre I GENERALITES

- 1.1 Ramifications
- 1.2 Fonctions usuelles de ramifications
- 1.3 Fonctions récursives primitives - Prédicat récursif primitif
- 1.4 Grammaire de Chomsky
- 1.5 Bilangage engendré par une grammaire
- 1.6 Application à la définition d'un langage.

Chapitre II DEFINITION DE LA SYNTAXE D'ALGOL 60

- 2.1 Grammaire G_0
- 2.2 Vocabulaire
- 2.3 Prédicat de reconnaissance
 - 2.3.1 Préparation - Fonction P
 - 2.3.2 Vérifications globales - Fonction T
 - 2.3.3 Vérifications des conditions de contexte locales - Fonction L.

Chapitre III DEFINITION DE LA SYNTAXE D'UN SOUS ENSEMBLE D'ALGOL 68

- 3.1 Grammaire G_0
 - 3.1.1 Symboles de base
 - 3.1.2 Programme
 - 3.1.3 Clause parenthésée
 - 3.1.4 Clause unitaire
 - 3.1.5 Tertiaires
 - 3.1.6 Primaires
 - 3.1.7 Dénotations
 - 3.1.8 Déclarations
 - 3.1.9 Déclareurs
- 3.2 Vocabulaire
- 3.3 Prédicat de reconnaissance
 - 3.3.1 Préparation - Fonction P
 - 3.3.2 Transport des déclarations de priorité et des déclarations de mode - Fonction M
 - 3.3.3 Enchaînement des opérations dans une formule - Fonction E
 - 3.3.4 Transport des déclarations d'identité et des déclarations d'opération - Fonction T
 - 3.3.5 Vérification des conditions de contexte locales
 - 3.3.6 Transformation de Mode - Egalité de mode.
- 4. Conclusion.

INTRODUCTION

La plupart des langages de programmation sont définis par une grammaire de Chomsky [GROSS et LENTIN] engendrant un langage L_0 , ainsi que des règles complémentaires, généralement rédigées en anglais, permettant de déterminer un sous-ensemble L de L_0 , qui est l'ensemble des programmes corrects. Ces règles traitent en particulier des déclarations des variables et de l'homogénéité des expressions. Ce sont des règles de contexte ; les unes sont globales ou relatives à une structure de bloc, les autres sont locales elles traitent des expressions.

Pour Algol 68 une autre méthode a été envisagée [A. VAN WIJNGAARDEN]. L'auteur donne une grammaire permettant d'engendrer des programmes où les phrases respectent la règle d'homogénéité. Cependant tous les programmes engendrés par cette grammaire ne sont pas des programmes "propres" d'Algol 68 car ils doivent pour cela répondre à des conditions de contextes globales, définies par des règles rédigées en anglais.

Nous proposons, ici, la méthode suivante pour définir un langage L :

- une grammaire de Chomsky G_0 engendre un langage L_0 et un bilangage [PAIR - QUERE] B_0 ;
- une prédicat récursif [QUERE] reconnaît un sous ensemble B de B_0 ; L est le sous ensemble de L_0 formé des mots, des feuilles, des ramifications de B .

Il s'agit là de la formalisation d'une méthode habituellement utilisée. Définir un langage "trop grand", puis préciser les restrictions à apporter à ce langage. Il semble plus commode de faire porter ces restrictions sur les "marqueurs de phrases" que sur les phrases elles-mêmes, aussi : après avoir donné des notions rapides sur :

- les ramifications ;
- les fonctions récursives de ramifications et en particulier

les prédicats récursifs ;

nous donnons une telle définition de syntaxe d'Algol 60 (Chapitre II) ainsi que celle d'un sous-ensemble d'Algol 68 obtenu en excluant les modes infinis et les formats (Chapitre III).

CHAPITRE I

GENERALITES

1.1 RAMIFICATIONS

Introduction : Les structures arborescentes qui constituent les marqueurs de phrase définis par une grammaire de Chomsky peuvent être décrits comme des arborescences, munies d'une orientation dans le sens de la lecture, dont les nœuds sont étiquetés par des symboles de l'alphabet V réunion de l'alphabet terminal et de l'alphabet non terminal de la grammaire. Il est commode d'accepter plusieurs racines, pour permettre des axiomes non nécessairement réduits à une lettre, et surtout pour faciliter la théorie algébrique qui va être faite.

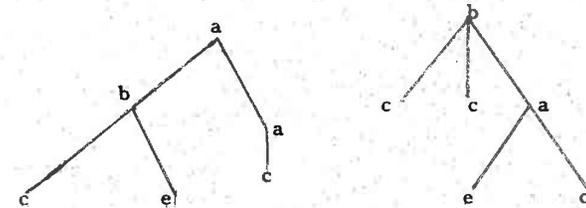


Figure 1

Nous nommerons ramifications sur V les êtres que nous venons de décrire intuitivement et \hat{V} leur ensemble. Nous en donnerons une définition axiomatique après avoir dégagé les propriétés qui permettent de les caractériser.

Deux lois de composition opèrent naturellement sur les ramifications
a) une loi de composition interne (notée $+$), la concaténation, qui juxtapose deux ramifications à m et n "racines" en une ramification à $m+n$ racines ; ainsi la ramification de la figure 1 est obtenue par concaténation de deux ramifications à une seule racine ; cette loi est associative et on introduit la ramification vide, notée Λ , qui en est élément neutre.

b) Une loi de composition externe (notée χ), ou enracinement, qui à un élément a de V et une ramification r , associe la ramification obtenue en ajoutant à r une racine étiquetée a ; la figure 2, par exemple, schématise χr lorsque r est la ramification de la figure 1.

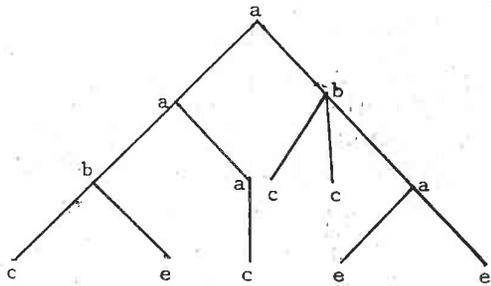


Figure 2

En particulier $a \times \Lambda$ est la ramification réduite à un seul point étiqueté a ; on peut identifier $a \times \Lambda$ et a . Avec cette convention et l'habituelle convention de priorité de \times sur $+$, la ramification de la figure 2 s'écrit :

$$a \times (a \times (b \times (c + e) + a \times c) + b \times (c + c + a \times (e + e)))$$

Le mode de construction des ramifications au moyen de ces deux opérations est précisé par le fait que toute ramification non vide sur V , r , s'écrit de manière unique

$$r = a \times s + t \quad \text{avec } a \in V, s \in \hat{V}, t \in \hat{V}.$$

De plus, les ramifications ont une "taille" finie, que les opérations font croître.

1.1.1 Définition axiomatique de \hat{V} :

Définition 1 : On appelle binôme sur V tout ensemble muni

- a) d'une loi de composition interne associative, avec un élément neutre
- b) d'une loi de composition externe à n opérateurs dans V .

Axiomes

- 1) \hat{V} est un binôme sur V ;
- 2) Soit $r \neq \Lambda$ une ramification de \hat{V} ; il existe $a \in V, s \in \hat{V}, t \in \hat{V}$, uniques, tels que $r = a \times s + t$;
- 3) Il existe une application v de \hat{V} dans l'ensemble des entiers naturels, telle que :

$$\left\{ \begin{array}{l} v(\Lambda) = 0, \\ v(r+s) > v(r) \text{ si } s \neq \Lambda, v(r+s) > v(s) \text{ si } r \neq \Lambda, \\ v(ar) > v(r) \end{array} \right.$$

Il résulte de (2) et (3) que $v(r)$ est strictement positif lorsque $r \neq \Lambda$. D'autre part, d'après (2), $a \times \Lambda = b \times \Lambda$ entraîne $a = b$: on pourra identifier $a \times \Lambda$ et a ; ainsi V sera une partie de \hat{V} .

On démontre [PAIR - QUERE] que \hat{V} existe et est unique à un isomorphisme près.

Définition 2 : Les éléments de \hat{V} sont appelés ramifications sur V .

Définition 3 : Nous appelons pseudo-arborescence sur V une ramification de \hat{V} à une seule racine. Nous noterons $A(V)$ l'ensemble des pseudo-arborescences sur V

$$A(V) \subset \hat{V}.$$

L'outil essentiel pour l'étude de \hat{V} est l'ensemble des fonctions définies par récurrence.

Proposition 1 Soient un ensemble E , un élément e_0 de E , une application ψ de $A(V) \times \hat{V} \times E^2$ dans E et pour tout $a \in V$ une application ψ_a de $\hat{V} \times E$ dans E . Il existe une application f de \hat{V} dans E , et une seule, telle que :

- a) $f(\Lambda) = e_0$
- b) $(\forall s \in A(V), t \in \hat{V}, t \neq \Lambda) f(s+t) = \psi(s, t, f(s), f(t))$.
- c) $(\forall a \in V, s \in \hat{V}) f(a \times s) = \psi_a(s, f(s))$.

En effet, d'après les axiomes 2 et 3, ces conditions définissent f , de manière unique, successivement sur les ensembles de ramifications r telles que $v(r)$ soit égal à 0 ($r = \Lambda$), 1, 2 etc.

Nous donnons maintenant des exemples de fonctions définies ainsi et utiles dans toute la suite.

Monoïde sur V

Nous appelons monoïde libre sur V l'ensemble des suites finies d'éléments de V (ou mots sur V), nous le notons V^* . V^* est muni de la loi de composition interne de concaténation qui est notée, ici par simple juxtaposition.

1.2 FONCTIONS USUELLES DE RAMIFICATIONS

1.2.1 Mot des racines d'une ramification :

Soit ρ application de \hat{V} dans V^* , définie par :

$$\begin{aligned} \rho(\Lambda) &= \Lambda \\ \rho(s+t) &= \rho(s) \rho(t) \\ \rho(a \times s) &= a \end{aligned}$$

$\rho(r)$ s'appelle mot des racines de r . Pour la ramification de la figure 1 mot des racines est ab.

1.2.2 Mot des feuilles :

Soit φ application de \hat{V} dans V^* définie par :

$$\begin{aligned} \varphi(\Lambda) &= \Lambda \\ \varphi(s+t) &= \varphi(s) \varphi(t) \\ \varphi(a \times s) &= \text{si } s = \Lambda \text{ alors } a \text{ sinon } \varphi(s) \end{aligned}$$

$\varphi(r)$ s'appelle mot des feuilles de r . Pour la ramification de la figure 1 mot des feuilles est cccccc.

1.2.3 Première composante d'une ramification

Soit c_1 l'application de \hat{V} dans \hat{V} , définie par :

$$\begin{aligned} c_1(\Lambda) &= \Lambda \\ c_1(s+t) &= s \\ c_1(A \times s) &= A \times s \\ c_1(r) & \text{ s'appelle } \underline{\text{première composante de } r}. \end{aligned}$$

Pour la ramification de la figure 1 $c_1(r) = a \times (b \times (c + e) + a \times e)$.

1.2.4 Première queue d'une ramification

Soit d_1 l'application de \hat{V} dans \hat{V} , définie par :

$$\begin{aligned} d_1(\Lambda) &= \Lambda \\ d_1(s+t) &= t \\ d_1(A \times s) &= \Lambda \end{aligned}$$

$d_1(r)$ s'appelle première queue de r . Pour la ramification de la figure 1 $d_1(r) = b \times (c + e) + a \times (e + c)$.

Propriété 1 $r = c_1(r) + d_1(r)$

en effet d'après l'axiome II $\forall r \in \hat{V} \exists a \in V, s, t \in \hat{V}$ uniques tels

$$r = a \times s + t$$

$$c_1(r) = c_1(a \times s + t) = c_1(a \times s) = a \times s$$

$$d_1(r) = d_1(a \times s + t) = d_1(a \times s) + t = \Lambda$$

Propriété 2 $c_1 c_1(r) = c_1(r)$ et $d_1 c_1(r) = \Lambda$

Tout $r \in V$ tel que $d_1 c_1(r) = \Lambda$ est une pseudo-arborescence sur \hat{V} .

1.2.5 Dernière composante d'une ramification

Soit c_{-1} l'application de V dans V définie par :

$$\begin{aligned} c_{-1}(\Lambda) &= \Lambda \\ c_{-1}(s+t) &= c_{-1}(t) \\ c_{-1}(A \times s) &= A \times s \end{aligned}$$

c_{-1} s'appelle la dernière composante de la ramification

1.2.6 Tête d'une ramification

Soit d_{-1} l'application de \hat{V} dans \hat{V} définie par :

$$\begin{aligned} d_{-1}(\Lambda) &= \Lambda \\ d_{-1}(s+t) &= s + d_{-1}(t) \\ d_{-1}(A \times s) &= \Lambda \end{aligned}$$

d_{-1} s'appelle la tête de la ramification r .

1.2.7 Longueur d'une ramification

Soit l'application de V dans l'ensemble des entiers naturels

notée $|\cdot|$ et définie par :

$$\begin{aligned} |\Lambda| &= 0 \\ |s+t| &= |s| + |t| \\ |a \times s| &= 1 \end{aligned}$$

$|r|$ s'appelle la longueur de la ramification r .

Pour la ramification de la figure 1 $|r| = 2$.

1.2.8 ième queue de ramification

Soit l'application dernière queue définie précédemment, nous appelons ième queue d'une ramification ; l'application d_i de \hat{V} dans \hat{V} définie par :

$$d_i(x) = d_1^i(x)$$

on note la composition de deux fonctions par simple juxtaposition ainsi :

$c_1 d_1^3 (r)$ représente $c_1 (d_1 (d_1 (d_1 (r))))$

1.2.9 ième composante d'une ramification s

Soit c_1 et d_1 les applications définies précédemment, nous appelons ième composante d'une ramification l'application c_i de \hat{V} dans \hat{V} définie par :

$$c_i (r) = c_1 d_1^{i-1} (r).$$

Propriété 3 $\forall r \in \hat{V}$ si $n = |r|$ alors il existe $s_1, s_2, \dots, s_n \in \hat{V}$ tel $r = s_1 + s_2 + \dots + s_n$ avec $s_i = c_i (r)$.

La démonstration par récurrence est basée sur la longueur de r .

1.2.10 Branches d'une ramification

Soit b l'application de \hat{V} dans \hat{V} , définie par :

- $b (\Lambda) = \Lambda$
- $b (s+t) = b (s) + b (t)$
- $b (A \times s) = s$
- $b (r)$ s'appelle les branches de la ramification r.

1.2.11 ième rameau d'une ramification

Soit c_i l'application de \hat{V} dans \hat{V} , définie par :

$$c_i (A \times s) = c_i (s).$$

1.2.12 Famille de prédecesseur b e V

Soit $b \in V$, on appelle familles de prédecesseur b dans ramification r les mots de l'ensemble $F_b (r)$, où F_b est l'application dans l'ensemble des parties de V^* définie par :

- $F_b (\Lambda) = \emptyset$
- $F_b (s+t) = F_b (s) \cup F_b (t)$
- $F_b (a \times s) =$ si $a = b$ alors $\{s\} \cup F_b (s)$
sinon $F_b (s)$.

1.2.13 Nombre d'occurrences d'une pseudo-arborescence r dans ramification

Soit m l'application de $\hat{V} \times \hat{V}$ dans \hat{V} définie par :

$$m (r, \Lambda) = \Lambda$$

$$m (r, s_1 + s_2) = m (r, s_1) + m (r, s_2)$$

$$m (r, A \times s) = \text{si } r = A \times s \text{ alors } r \text{ sinon } \Lambda.$$

Nous appellerons nombre d'occurrences l'application de $\hat{V} \times \hat{V}$ dans N définie par

$$n (r, s) = |m (r, s)| \quad \forall (r, s) \in \hat{V} \times \hat{V}.$$

1.3 FONCTIONS RECURSIVES PRIMITIVES ET PREDICATS RECURSIFS PRIMITIFS [QUERE]

Nous avons cité précédemment quelques fonctions sur \hat{V} ou $\hat{V} \times \hat{V}$, toutes ces fonctions sont des cas particulier de celles que nous allons appeler fonctions récursives primitives.

Notons \mathcal{F}^k l'ensemble de fonctions de \hat{V}^k dans \hat{V} en convenant que $\mathcal{F}^0 = \hat{V}$.

Opérateurs a) Nous appelons composition l'opérateur Γ , qui quels que soient les entiers naturels k et l , associe aux fonctions g_1, \dots, g_l de \mathcal{F}^k et g de \mathcal{F}^l la fonction $f = \Gamma (g, g_1, \dots, g_l)$ de \mathcal{F}^k définie par :

$$(\forall r_1, \dots, r_k \in \hat{V}) f (r_1, \dots, r_k) = g (g_1 (r_1, \dots, r_k), g_2 (r_1, \dots, r_k), \dots, g_l (r_1, \dots, r_k)).$$

b) Nous appelons opérateur de récurrence l'opérateur R , qui quel que soit l'entier naturel k associe aux fonctions $g \in \mathcal{F}^k$, $\psi \in \mathcal{F}^{k+1}$, $\psi_a \in \mathcal{F}^{k+2}$ pour tout $a \in V$, la fonction $f = R (g, \psi, (\psi_a)_{a \in V})$ de \mathcal{F}^{k+1} définie par :

$$(\forall r_1, \dots, r_k, s \in \hat{V}, r \in A (V), a \in V) f (r_1, \dots, r_k, \Lambda) = g (r_1, \dots, r_k)$$

$$f (r_1, \dots, r_k, r+s) = \psi (r_1, \dots, r_k, r, s, f (r_1, \dots, r_k, r), f (r_1, \dots, r_k, s))$$

$$f (r_1, \dots, r_k, a \times s) = \psi_a (r_1, \dots, r_k, r, f (r_1, \dots, r_k, s))$$

Fonctions de base :

Nous prenons pour fonctions de base les fonctions suivantes :

- 1) $\Lambda \in \mathcal{F}^0$
- 2) $\forall r_1, r_2 \in \hat{V}$ la fonction f telle que $f (r_1, r_2) = r_1 + r_2$
- 3) Pour tout $a \in V$ la fonction f_a définie par $\forall r \in \hat{V} \quad f_a (r) = a \times r$.
- 4) Les fonctions projections c'est-à-dire, pour tout $k > 0$ et tout $1 \leq i \leq k$ les fonctions p_i^k de k variables définies par :
 $(\forall r_1, \dots, r_k \in \hat{V}) \quad p_i^k (r_1, \dots, r_k) = r_i$.

Définition :

L'ensemble des fonctions récursives primitives (sur \hat{V}) est le plus petit ensemble \mathcal{R} contenant les fonctions de base et stable par les opérateurs de composition et de récurrence.

Dans toute la suite, nous notons 0 un élément particulier de V.

Prédicats

Nous appelons prédicat sur \hat{V}^k une application de \hat{V}^k dans V ne prenant que les deux valeurs Λ et 0. Nous interpréterons Λ comme la valeur vrai et 0 comme la valeur faux.

Exemple : égal (r, s) = si r = s alors Λ sinon 0, on montre dans [QUERE] que :

a) si f et g sont des prédicats récursifs primitifs, il en est de même pour les prédicats non f, f et g, f ou g ; les opérateurs non, et, ou ayant leur signification habituelle.

b) égal est un prédicat récursif primitif

c) si p est un prédicat récursif primitif

sur \hat{V}^k et f, g deux fonctions récursives primitives, sur \hat{V}^k la fonction définie par :

$$h(r_1, \dots, r_k) = \begin{cases} f(r_1, \dots, r_k) & \text{si } p(r_1, \dots, r_k) \\ g(r_1, \dots, r_k) & \text{sinon} \end{cases}$$

est aussi récursive primitive.

L'élément 0 de V nous servira d'autre part dans la définition des "prédicats de reconnaissance" pour indiquer l'existence d'une "erreur" dans le programme étudié.

1.4 GRAMMAIRE DE CHOMSKY

- Une grammaire de Chomsky est un quadruplet $G = (T, N, ::=, X)$ où
- T est un ensemble fini non vide appelé vocabulaire terminal ;
- N est un ensemble fini non vide, disjoint de T appelé vocabulaire auxiliaire où non terminal.
- ::= est une relation binaire entre N et V^* , ($V = T \cup N$), telle que le nombre de couples en relation (ou règles) soit fini.
- X est un élément distingué dans N, appelé axiome de G.

Le langage engendré par une grammaire de Chomsky G est l'ensemble des mots $\alpha \in T^*$ tels que :

$$X \xrightarrow{*} \alpha$$

où la relation $\xrightarrow{*}$ ("dérive de") est la fermeture transitive de la relation $\xrightarrow{\cdot}$ ("se réécrit") qui est définie par :

$$(\forall \alpha, \beta \in V^*) \quad \alpha \xrightarrow{\cdot} \beta \Leftrightarrow \left(\begin{array}{l} \exists A \in N, \lambda \in V^*, \lambda' \in V^*, \gamma \in V^* \\ \text{tel que } \alpha = \lambda A \lambda' \\ \beta = \lambda \gamma \lambda' \\ A ::= \gamma. \end{array} \right)$$

Les langages engendrés par une grammaire de Chomsky sont appelés langages de Chomsky.

1.5 BILANGAGE ENGENDRE PAR UNE GRAMMAIRE

Une ramification sur V est engendrée par la grammaire G lorsque :

- a) chacune de ses familles α de prédecesseur $a \in V$ vérifie $a ::= \alpha$
- b) sont mot des feuilles est un mot sur T
- c) sont mot des racines est l'axiome.

On appelle bilangage sur V une partie de \hat{V} et bilangage engendré par une grammaire G l'ensemble des ramifications sur \hat{V} engendré par la grammaire G.

1.6 APPLICATION A LA DEFINITION D'UN LANGAGE

Pour définir un langage L nous donnons :

- a) une grammaire de Chomsky G_0 ;
- b) un vocabulaire V contenant celui de G_0 ;
- c) un prédicat récursif F sur \hat{V} .

Soit B_0 le bilangage engendré par G_0 , par définition, L est l'ensemble des mots des feuilles des ramifications r de B_0 tel que :

$$F(r) = \Lambda ;$$

$$L = \varphi (\{r \in B_0 \mid F(r) = \Lambda\}).$$

CHAPITRE II

DEFINITION DE LA SYNTAXE D'ALGOL 60

Pour définir Algol 60, après avoir donné la grammaire G_0 et le vocabulaire V on donne le prédicat de reconnaissance F .

La grammaire G_0 est décrite selon la notation de Bachus [BACKUS]. Elle est déduite de celle du rapport Algol 60 [A. C. M. Janv. 63]. On peut constater certaines différences dans la description de ces deux grammaires. Ces différences ont pour but de faciliter la description du prédicat de reconnaissance.

Le prédicat de reconnaissance est décrit au moyen de trois fonctions récursives, qui sont décrites elles-même au moyen de fonctions plus simples. Certaines n'apparaissent pas, dans leur description, sur une des fonctions récursives primitives, cependant on peut les y ramener toutes [cf QUERE]

Instruction allera

< instruction allera > ::= allera < expression de désignation >
< expression de désignation > ::= < expression >

Instruction procédure

< instruction procédure > ::= < appel de fonction > | < identificateur >

Instruction conditionnelle

< instruction conditionnelle > ::= < instruction si > |
 < instruction si > sinon < instruction > |
 < instruction si > sinon |
 < proposition si > < instruction pour > |
 < étiquette > : < instruction conditionnelle >
< instruction si > ::= < proposition si > |
 < proposition si > < instruction conditionnelle >
< proposition si > ::= si < expression booléenne > alors

Instruction Pour

< instruction pour > ::= < proposition pour > < instruction > |
 < proposition pour > |
 < étiquette > : < instruction pour >
< proposition pour > ::= Pour < partie gauche > := < liste de pour > faire
< liste de pour > ::= < élément de liste de pour > |
 < élément de liste de pour >, < liste de pour >
< élément de liste de pour > ::= < expression arithmétique > |
 < expression arithmétique > pas < expression arithmétique >
 jusqua < expression arithmétique > |
 < expression arithmétique > tant que < expression booléenne >

e) Expressions

< expression booléenne > ::= < expression >
< expression arithmétique > ::= < expression >
< expression de désignation > ::= < expression >
< expression > ::= < expression simple > | < proposition si > < choix >
< choix > ::= < expression simple > sinon < expression >

Expression simple

< expression simple > ::= < implication > | < expression simple > \equiv < impli-
 cation >
< implication > ::= < terme booléen > | < implication > \supset < terme booléen >
< terme booléen > ::= < facteur booléen > | < terme booléen > \vee < facteur
 booléen >
< facteur booléen > ::= < secondaire booléen > |
 < facteur booléen > \wedge < secondaire booléen >
< secondaire booléen > ::= < relation > | \neg < relation >
< relation > ::= < expression arithmétique simple > |
 < relation booléenne >
< relation booléenne > ::= < expression arithmétique simple >
 < opérateur de relation > < expression arithmétique simple >

Expression arithmétique simple

< expression arithmétique simple > ::= < terme > | < opérateur additif >
 < terme > |
 < expression arithmétique simple > < opérateur additif > < terme >
< terme > ::= < facteur > | < terme > \ast < facteur > |
 < terme > / < facteur > | < quotient entier >
< quotient entier > ::= < terme > + < facteur >
< facteur > ::= < primaire > | < facteur > \dagger < primaire >
< primaire > ::= < valeur logique > | < nombre sans signe > |
 < identificateur > | < identificateur indicé > |
 < appel de procédure > | (< expression >)

Identificateur

< identificateur > ::= < lettre > | < identificateur > < lettre > |
 < identificateur > < chiffre >

2.3.1 Préparation - Fonction P

- Simplifications générales
- création de déclarations d'étiquette
- modification des déclarations de tableau
- modification des déclarations d'aiguillage
- modification des déclarations de procédure.

2.3.1.1 Simplifications générales

Certains symboles ne sont que des délimiteurs permettant d'analyser un programme. Dans la ramification obtenue par l'analyse, ces symboles ne supportent plus aucune signification. Pour faciliter la définition des fonctions T et L nous allons les supprimer. Nous supprimerons aussi les symboles non terminaux < point virgule > < début > < fin > et < séparateur >.

2.3.1.2 Création de déclarations d'étiquette

La rencontre d'une étiquette devant une instruction ou seule composante d'une instruction (l'instruction vide n'apparaît pas dans la grammaire G_0) doit être considérée comme une déclaration d'identificateur ou d'entier sans signe du type étiquette. Nous remplaçons donc les occurrences d'étiquette par une déclaration simple.

2.3.1.3 Modification des déclarations de tableau

Nous considérons l'identificateur d'un tableau d'élément réel (entier ou booléen) à une dimension comme un identificateur dont le type serait : rangée de réel (rangée d'entier, rangée de booléen) ; l'identificateur d'un tableau à deux dimensions comme rangée de rangée de réel. Nous introduisons de nouveaux types et pour eux de nouvelles déclarations (fonction § 2.3.1.3'). D'autre part on transforme une déclaration de tableau en une suite de déclarations. A chaque section de tableau correspond une déclaration (cf 2.3.1.3', 2.3.1.6 et 2.3.1.6').

Enfin dans une déclaration de tableau les bornes ne peuvent pas être primées en fonction de variables, que si celles-ci sont déclarées dans un bloc plus grand. Pour faciliter la vérification de cette condition par la fonction T en (2.3.2.3), nous allons placer chaque paire de bornes sous la dépendance du symbole supplémentaire externe.

2.3.1' DEFINITION DE LA FONCTION P

$$P(\Lambda) = \Lambda$$

$$P(r+s) = P(r) + P(s)$$

$$P(A \times r) = A \times P(r) \text{ sauf}$$

2.3.1.1' A = point virgule, début, fin, séparateur, opérateur de relation, opérateur additif, *, /, +, †, ≡, ⊃, ∨, ∧, ¬, [,], (,), ;, :=, ·, 10', :, , allera, si, alors, pour, faire, pas, jusqua, tantque, sinon et rémanent

$$P(A \times r) = \Lambda$$

2.3.1.2' A = étiquette

$$P(A \times r) = \text{déclaration simple } * (\text{étiquette} + r)$$

2.3.1.3' A = déclaration de tableau

$$P(A \times r) = \delta (c_1 P(r), d_1 P(r)) + \text{ext}(r)$$

A = liste de tableau

$$P(A \times r) = P(r)$$

A = section de tableau

$$P(A \times r) = A \times (d_1 P(r) + c_1 P(r))$$

A = suite de paire de bornes

$$P(A \times r) = \text{rangée} \times P(r)$$

A = paire de bornes

$$P(r) = \Lambda.$$

2.3.1.4 Modification des déclarations d'aiguillage

Nous considérons les identificateurs d'aiguillage comme des identificateurs du type rangée d'étiquette aussi nous modifions les déclarations d'aiguillage de la même façon que pour les déclarations de tableau (cf 2.3.1.4')

2.3.1.5 Modification des déclarations de procédure

Nous introduisons aussi de nouveaux types pour les procédures où interviennent, le type du résultat éventuel et, les types des paramètres. Nous associons donc à chaque identificateur de procédure un nouveau déclarateur (fonction μ 2.3.1.5', 2.3.1.11').

En même temps que nous calculons ce nouveau déclarateur, nous obtenons des déclarations pour les paramètres en (2.3.1.8 et 2.3.1.8' fonction π) vérifiant les conditions suivantes :

- a) un paramètre ne peut figurer plus d'une fois en partie spécifiée
- b) un paramètre ne peut figurer plus d'une fois en partie valeur
- c) tout paramètre en partie valeur doit obligatoirement être une partie spécification.

Les déclarations des paramètres sont obtenues à partir de leur spécification.

Si un paramètre n'est pas spécifié on lui attribue le type libre.

Si un paramètre est spécifié tableau on le déclare ouvert afin qu'il puisse correspondre à n'importe quel tableau du même type.

Si un paramètre est spécifié aiguillage on le déclare rangée d'étiquette.

Enfin si un paramètre est spécifié procédure on le déclare procédure à paramètres libre.

Pour faciliter les vérifications de contexte sur l'identificateur de procédure (cf 2.3.3.5 a) et les paramètres (cf 2.3.3.1 d) nous créons deux déclarations d'identificateur de procédure.

- La première dont le type est placé sous la dépendance du symbole prototype, est placée dans un bloc contenant les déclarations des paramètres et le corps de la procédure.

- La seconde dont le type et sous la dépendance du symbole proc est placée à l'extérieur du bloc précédent.

2.3.1.4' A = déclaration d'aiguillage
 $P(A \times r) = \text{déclaration simple } \times (\text{rangée } \times \text{étiquette} + c_2(r)) + c_3(r)$

2.3.1.5' A = déclaration de procédure
 $P(A \times r) = \text{déclaration simple } \times (\text{proc } \times (c_1 P(r) + \mu bc_3 P(r)) + c_2 P(r))$
 + bloc $\times (\text{déclaration simple } \times (\text{prototype } \times (c_1 P(r) + \mu bc_3 P(r)) + c_2 P(r)) + d_3 P(r))$.

A = tête de procédure

$P(A \times r) = P(r)$

A = type de procédure

$P(A \times r) = \text{si } c_1(r) = \text{procédure alors vide sinon } c_1(r)$

A = identificateur de procédure

$P(A \times r) = r$

A = partie paramétrique

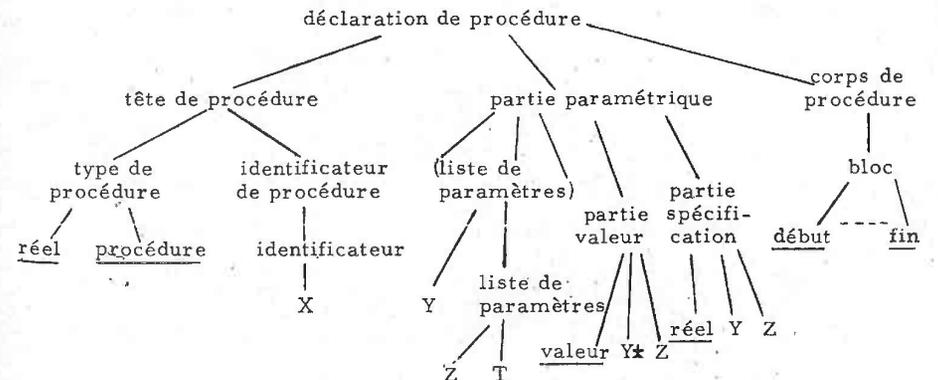
$P(A \times r) = A \times \pi(c_1 P(r), d_1 P(r))$

A = corps de procédure

$P(A \times r) = \text{bloc } \times P(r)$

Exemple de transformation de déclaration de procédure (1)

réel procédure X (Y, Z, T) valeur Y, Z ; réel Y, Z ;
début ... fin



2.3.1.6 Modes des identificateurs de tableaux

La fonction δ permet de déterminer le mode des identificateurs de tableau.

Par la fonction P, (cf 2.3.1.3⁽¹⁾), nous avons inversé le contenu d'une section de tableau, en plaçant devant la suite des identificateurs le nombre de dimensions de ces tableaux.

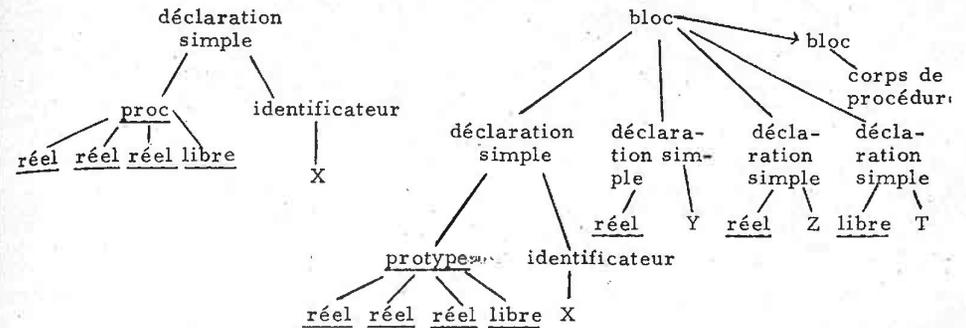
La fonction δ permet de transformer la section de tableau en une déclaration où tous les tableaux sont de même type, de la forme

$$\text{rangée} \times \text{rangée} \times \dots \times \begin{cases} \text{réel} \\ \text{entier} \\ \text{booléen} \end{cases}$$

2.3.1.7 Séparation des bornes des déclarations de tableau

La fonction ext, extrait chaque paire de bornes contenue dans une déclaration de tableau, en la plaçant sous la dépendance de < externe

Après modification nous obtenons



2.3.1.6' Définition de la fonction δ

$$\begin{aligned} \delta(r, \Lambda) &= \Lambda \\ \delta(r, s_1 + s_2) &= \delta(r, s_1) + \delta(r, s_2) \\ \delta(r, A \times s) &= A \times \delta(r, s) \text{ sauf} \\ & \quad A = \text{section de tableau} \\ \delta(r, A \times s) &= \text{déclaration simple} \times \delta(r, s) \\ & \quad A = \text{rangée} \\ \delta(r, A \times s) &= \text{si } s = \Lambda \text{ alors } A \times r \text{ sinon} \\ & \quad A \times \delta(r, s) \end{aligned}$$

2.3.1.7' Définition de la fonction ext

$$\begin{aligned} \text{ext}(\Lambda) &= \Lambda \\ \text{ext}(r + s) &= \text{ext}(r) + \text{ext}(s) \\ \text{ext}(A \times r) &= \text{ext}(r) \text{ sauf} \\ & \quad A = \text{paire de bornes} \\ \text{ext}(A \times r) &= \text{externe} \times r. \end{aligned}$$

(1) p. 23 - Nous avons pour cet exemple représenté une ramification, en ne conservant que les nœuds essentiels permettant d'illustrer la transformation des déclarations de procédure.

2.3.1.8 Déclaration des paramètres d'une procédure

Au cours de la transformation de la partie paramétrique d'une déclaration de procédure, on crée une déclaration pour chaque paramètre trouvé dans la liste des paramètres.

Le type d'un paramètre est déduit de sa spécification éventuelle lorsque les conditions de contexte sur les paramètres en partie valeur et partie spécification, sont respectées. La fonction ϵ permet d'effectuer la vérification de la condition de contexte citée en 2.5.1.10, et de déduire le type du paramètre.

La fonction ω recherche si un paramètre figure en partie valeur $[\omega(r, c_1(s))]$ et en partie spécification $[\omega(r, c_2(s))]$.

2.3.1.9 Recherche d'un identificateur

La fonction ω recherche un identificateur :

- 1) dans une partie spécification : si l'identificateur est trouvé une seule fois, le résultat est la spécification s'il n'est pas trouvé le résultat est Λ sinon il y a erreur.
- 2) Dans une partie valeur, si l'identificateur est trouvé une seule fois le résultat est valeur, s'il n'est pas trouvé le résultat est Λ , sinon il y a erreur.
- 3) Dans une déclaration simple : si l'identificateur est trouvé une seule fois le résultat est le type de la déclaration, s'il n'est pas trouvé le résultat est Λ , sinon il y a erreur. Ce cas particulier n'est utilisé que pour la fonction T.

2.3.1.10 Recherche du type d'un paramètre

Le type d'un paramètre d'une fonction est déterminé selon les règles suivantes

- si un paramètre n'est pas spécifié, son type est libre
- si un paramètre est spécifié au moins deux fois c'est une erreur (d'où la condition $\epsilon(r, s_1 + s_2) = 0$)

2.3.1.8' Définition de la fonction π

$$\pi(\Lambda, s) = \Lambda$$

$$\pi(r_1 + r_2, s) = \pi(r_1, s) + \pi(r_2, s)$$

$$\pi(A * r, s) = \pi(r, s) \text{ sauf}$$

A = paramètre

$$\pi(A + r, s) = \begin{cases} \text{si } \omega(r, c_1(s)) \neq 0 \text{ alors} \\ \text{déclaration simple } * (\epsilon(\omega(r, c_1(s)), \omega(r, c_2(s))) + r) \\ \text{sinon } 0 \end{cases}$$

2.3.1.9' Définition de la fonction ω

$$\omega(r, \Lambda) = \Lambda$$

$$\omega(r, s_1 + s_2) = \omega(r, s_1) + \omega(r, s_2)$$

$$\omega(r, A * s) = \omega(r, s) \text{ sauf}$$

A = identificateur

$$\omega(r, A * s) = \text{si } r = s \text{ alors } s \text{ sinon } \Lambda$$

A = spécification

$$\omega(r, A * s) = \text{si } |\omega(r, c_2(s))| = 1 \text{ alors } c_1(s) \\ \text{si } \omega(r, c_2(s)) = \Lambda \text{ alors } \Lambda \\ \text{sinon } 0$$

A = partie valeur

$$\omega(r, A * s) = \text{si } |\omega(r, s)| = 1 \text{ alors } \text{valeur} \\ \text{si } \omega(r, s) = \Lambda \text{ alors } \Lambda \\ \text{sinon } 0$$

A = déclaration simple

$$\omega(r, A * s) = \text{si } |\omega(r, s)| = 1 \text{ et } \rho \omega(r, s) = \text{type alors } b \omega(r, s) \\ \text{si } \omega(r, s) = \Lambda \text{ alors } \Lambda \text{ sinon } 0$$

2.3.1.10' Définition de la fonction ϵ

$$\epsilon(r, \Lambda) = \text{si } r = \Lambda \text{ alors } \text{libre} \text{ sinon } 0$$

$$\epsilon(r, 0) = 0$$

$$\epsilon(r, s_1 + s_2) = 0$$

- si un paramètre est spécifié réel, entier, booléen, étiquette ou chaîne son type est alors réel, entier, booléen, étiquette ou chaîne
- si un paramètre est spécifié tableau son type est ouvert x réel, si est spécifié réel tableau, entier tableau, booléen tableau alors le type est ouvert x réel, ouvert x entier, ouvert x booléen, on utilise ouvert pour indiquer que le paramètre doit correspondre à un tableau dont on ne connaît pas le nombre de dimensions.
- Si un paramètre est spécifié procédure et s'il ne figure pas en partie valeur alors son type est celui d'une procédure à résultat vide et paramètres libres.
- Si un paramètre est spécifié réel procédure (entier procédure ou booléen procédure) alors :
 - s'il figure en partie valeur son type est alors celui d'une procédure à résultat réel (entier ou booléen) et sans paramètre.
 - s'il ne figure pas en partie valeur son type est alors celui d'une procédure à résultat réel (entier ou booléen) et à paramètres libres.
- Si un paramètre est spécifié aiguillage et s'il ne figure pas en partie valeur son type est rangée x étiquette.

2.3.1.11 Type des paramètres dans le type de la procédure

Pour obtenir le déclarateur d'un identificateur de procédure on rassemble le type de chacun des paramètres.

$\mathcal{E}(r, A \times s) =$ si $A =$ spécificateur alors

- si $p(s) =$ réel, entier, booléen alors s
- si $s =$ étiquette ou chaîne alors type s
- si $s =$ tableau alors type x ouvert x réel
- si $c_2(s) =$ tableau alors type x ouvert x b c_1(s)
- si $c_2(s) =$ procédure alors

si $r = \Lambda$ alors	type x <u>proc</u> x (<u>bc_1(s)</u> + <u>libre</u>)
sinon 0	
- si $s =$ procédure alors

si $r = \Lambda$ alors	type x <u>proc</u> x (<u>réel</u> + <u>libre</u>)
sinon 0	
- si $s =$ aiguillage alors

si $r = \Lambda$ alors	type x <u>rangée</u> x <u>étiquette</u>
sinon 0	
- sinon 0

2.3.1.11' Définition de la fonction μ

$\mu(\Lambda) = \Lambda$
 $\mu(r \dagger s) = \mu(r) \dagger \mu(s)$
 $\mu(A * r) = \mu(r)$
 sauf
 $A =$ déclaration simple
 $\mu(A * r) = b c_1(r)$

2.3.2 VERIFICATIONS GLOBALES - TRANSPORT DES DECLARATIONS

- Vérification de l'unicité des déclarations d'identificateur
- cas particulier des étiquettes représentées par un entier
- vérification de la condition sur les bornes d'un tableau.

2.3.2.1 Vérification de l'unicité des déclarations d'identificateurs

Pour qu'un programme soit correct il faut qu'il vérifie les deux conditions suivantes :

- Tout identificateur doit être déclaré.
- Un identificateur ne peut être déclaré plus d'une fois dans

chaque bloc.

Pour vérifier les conditions, dans chaque bloc, on recherche un identificateur y compris ceux contenus dans les déclarations est déclaré

- S'il n'est déclaré qu'une seule fois, on le remplace par son
- S'il est déclaré plusieurs fois c'est une erreur.

Après l'étape 2 il ne reste plus que les identificateurs non déclarés

2.3.2.2. Cas particulier des étiquettes de type entier

Une étiquette peut être représentée par un entier sans signe : il en résulte qu'il peut exister une ambiguïté sur la signification des entiers

Pour lever cette ambiguïté on remplacera chaque entier pouvant être étiquette par le symbole enquête. Au cours des vérifications locales (fonction L) par une étude du contexte dans les expressions on déterminera si enquête doit devenir étiquette ou entier (cf 2.3.3.2 - 2.3.3.3).

2.3.2.3 Vérification sur les bornes d'un tableau

Une borne d'un tableau ne peut être exprimée en fonction de variables que si celles-ci sont déclarées dans un bloc plus grand.

Pour vérifier ces conditions on essaie dans le plus petit bloc contenant la déclaration de remplacer dans chaque borne les variables par leur type ; si un remplacement est possible il y a erreur. Sinon la borne est correcte et on supprime la racine externe afin de permettre des remplacements dans les bloc plus grands.

Définition de la fonction T

$$T(\Lambda) = \Lambda$$

$$T(r + s) = T(r) + T(s)$$

$$T(A \times r) = A \times T(r) \text{ sauf}$$

$$A = \text{bloc}$$

$$T(A \times r) = \nu(T(r), T(r))$$

Définition de la fonction \nu

$$\nu(r, \Lambda) = \Lambda$$

$$\nu(r, s_1 + s_2) = \nu(r, s_1) + \nu(r, s_2)$$

$$\nu(r, A \ s) = A \times \nu(r, s) \text{ sauf}$$

$$A = \text{identificateur}$$

$$\nu(r, A \times s) = \text{si } \omega(A \times s, r) = \Lambda \text{ alors } A \ s$$

$$\text{si } |\omega(A \times s, r)| = 1 \text{ alors } \omega(A \times s, r)$$

$$\text{sinon } 0$$

2.3.2'

2.3.2.1'

$$A = \text{entier sans signe}$$

$$\nu(r, A \times s) = \text{si } \omega(A \times s, r) = \Lambda \text{ alors } A \ s$$

$$\text{si } |\omega(A \times s, r)| = \text{étiquette alors } \text{enquête}$$

$$\text{sinon } 0$$

2.3.2.2'

$$A = \text{externe}$$

$$\nu(r, A \times s) = \text{si } \nu(r, s) = \Lambda \text{ alors } s \text{ sinon } 0$$

Définition de la fonction \nu'

$$\nu'(r, \Lambda) = \Lambda$$

$$\nu'(r, s_1 + s_2) = \nu'(r, s_1) + \nu'(r, s_2)$$

$$\nu'(r, A \times s) = \nu'(r, s) \text{ sauf}$$

$$A = \text{identificateur}$$

$$\nu'(r, A \times s) = \text{si } \omega(A \times s, r) = \Lambda \text{ alors } \Lambda \text{ sinon } 0.$$

2.3.3 VERIFICATION DES CONDITIONS DE CONTEXTE LOCALES

FONCTION L

Introduction

Nous décrivons ici, une fonction formalisant les règles de contexte relatives aux instructions, aux expressions et aux primaires.

Nous aurons à évaluer le type de primaires et des opérations sur les primaires, le type ou la validité des expressions, et enfin la validité des expressions et des instructions.

Par la fonction T nous avons vérifié si les règles de contexte globales sont satisfaites ; nous n'aurons plus à nous préoccuper ni des déclarations ni de la structure de blocs en général.

2.3.3.1 Type des primaires

- a) Constantes :

- Le type d'un entier sans signe est entier ;
- le type d'une partie décimale ou d'un facteur de cadrage est réel ;
- le type d'un nombre sans signe ou d'un nombre décimal est déterminé par la règle de composition définie par (cf 2.2.3.7) ;
- le type des valeurs logiques vrai et faux est booléen ;
- le type des chaînes est chaîne.

- b) Identificateurs

- Le type d'un identificateur est celui contenu dans sa déclaration.

Au cours des vérifications globales on a remplacé les identificateurs par leur type. S'il reste maintenant des identificateurs, qu'ils n'ont pas été déclarés ; il y a donc une erreur.

- c) Identificateurs indicés

- Le type d'un identificateur indicé est celui des éléments du tableau qu'il désigne si la condition suivante est respectée :
un identificateur indicé doit posséder autant d'indices que sa déclaration

2.3.3' DEFINITION DE LA FONCTION L

$$L(\Lambda) = \Lambda$$

$$L(r + s) = \text{si } L(r) = 0 \text{ ou } L(s) = 0 \text{ alors } 0 \text{ sinon } L(r) + L(s)$$

$$L(A \times r) = L(r) \text{ sauf}$$

$$A = \text{entier, réel, booléen, chaîne, étiquette, enquête, vide libre, ouvert, proc, prototype, rangée}$$

$$L(A \times r) = A \times L(r).$$

2.3.3.1'

- a) A = entier sans signe

$$L(A \times r) = \text{entier}$$

$$A = \text{partie décimale ou facteur de cadrage}$$

$$L(A \times r) = \text{réel}$$

$$A = \text{nombre sans signe ou nombre décimal}$$

$$L(A \times r) = \lambda (c_1 L(r), c_2 L(r))$$

$$A = \text{vrai, faux}$$

$$L(A \times r) = \text{booléen}$$

$$A = \text{chaîne}$$

$$L(A \times r) = \text{chaîne}$$

- b) A = identificateur

$$L(A \times r) = 0$$

- c) A = identificateur indicé

$$L(A \times r) = \text{rg}(c_1 L(r), c_2 L(r))$$

$$A = \text{indice}$$

$$L(A \times r) = \text{si } L(r) = \text{entier, ou réel alors } \Lambda \text{ sinon } 0$$

possède de paires de bornes, ses indices doivent être de type entier ou réel ; cette dernière condition est vérifiée par l'étude des expressions arithmétiques, la fonctionrg (cf 2. 3. 3. 6) permet de vérifier la première condition.

- d) Appel de procédure

Le type d'un appel de procédure est celui du résultat de la procédure si la condition suivante est réalisée :

un appel de procédure doit posséder autant de paramètres effectifs que sa déclaration possède de paramètres formels ; les types des paramètres effectifs doivent être respectivement compatibles aux types des paramètres formels. La fonction θ (cf 2. 3. 3. 8) vérifie la condition de compatibilité entre les paramètres formels et les paramètres effectifs.

2. 3. 3. 2' Type des expressions simples

- a) Le type du résultat d'une opération est déterminé par la règle de composition définie par la fonction λ (cf 2. 3. 3. 7)

De plus :

- b) Si la règle de composition appliquée à un quotient entier fournit le résultat entier alors le quotient entier est du type entier sinon c'est une erreur.

- c) Si la règle de composition appliquée à une relation booléenne fournit le résultat entier ou réel alors le type de la relation booléenne est booléen sinon c'est une erreur.

2. 3. 3. 3 Type d'un choix

Si les opérandes d'un choix sont l'un du type étiquette et l'autre du type étiquette ou enquête alors le type du choix est étiquette, sinon le type du choix est déterminé par la règle de composition.

2. 3. 3. 4 Validité des expressions

- a) Pour qu'une expression arithmétique soit valide il faut qu'elle soit du type entier ou réel ou enquête.

A = suite d'indices

$L (A \times r) = \text{si } L (r) = 0 \text{ alors } 0 \text{ sinon } \underline{\text{rangée}} \times L (r)$

-d) A = appel de procédure

$L (A \times r) = \text{si } d_1 \ c_1 \ L (r) = \underline{\text{libre ou } \theta} (d_1 \ b \ c_1 \ L (r), \ d_1 \ L (r)) = \Lambda$
alors $c_1' \ c_1 \ L (r)$ sinon 0

2. 3. 3. 2' -a) A = facteur, terme, relation, expression arithmétique simple, secondaire booléen, facteur booléen, implication, expression simple

$L (A \times r) = \lambda (c_1 \ L (r), \ c_2 \ L (r))$

- b) A = quotient entier

$L (A \times r) = \text{si } \lambda (c_1 \ L (r), \ c_2 \ L (r)) = \underline{\text{entier}}$ alors entier sinon 0

- c) A = relation booléenne

$L (A \times r) = \text{si } \lambda (c_1 \ L (r), \ c_2 \ L (r)) = \underline{\text{réel ou entier ou enquête}}$ alors booléen sinon 0

2. 3. 3. 3' A = choix

$L (A \times r) = \text{si } c_1 \ L (r) = \underline{\text{étiquette ou enquête et } c_2 \ L (r) \ \underline{\text{étiquette}}}$
ou $c_1 \ L (r) = \underline{\text{étiquette}}$ et $c_2 \ L (r) = \underline{\text{étiquette ou enquête}}$ alors étiquette sinon $\lambda (c_1 \ L (r), \ c_2 \ L (r)) \ \underline{\text{enquête}}$

2. 3. 3. 4' -a) A = expression arithmétique

$L (A \times r) \text{ si } L (r) = \underline{\text{entier ou réel ou enquête}}$ alors Λ sinon 0.

- b) Pour qu'une expression booléenne soit valide, il faut que son type soit booléen.

- c) Pour qu'une expression de désignation soit valide, il faut que son type soit étiquette ou enquête.

2.3.3.5 Validité des instructions

A l'exception des instructions d'affectation et instructions procédures toutes les instructions sont exprimées en fonction : d'expression arithmétique, d'expression booléenne ou d'expression de désignation il suffit de déterminer la validité : d'une instruction d'affectation et d'une instruction procédure.

- a) Validité d'une instruction d'affectation

Une instruction d'affectation est valide si les règles suivantes sont respectées.

a) Le type d'une partie gauche est celui de sa variable. Un identificateur de procédure ne peut être en partie gauche qu'à l'intérieur de son corps de procédure.

b) Une liste de parties gauches doit être composée de parties gauches de même type ; son type est celui de ses parties gauches.

c) Une instruction d'affectation est valide si la règle de composition du type de sa liste de parties gauches et de sa partie droite, fournit l'un des trois types entier, réel, booléen

- b) Validité d'une instruction procédure

Pour qu'une instruction procédure soit valide il faut que son type, soit type vide (cas général d'une instruction procédure) ou procédure à résultat vide (cas d'une instruction procédure sans paramètre)

2.3.3.6 Vérification de la condition sur les indices d'un identificateur indicé

Nous nous proposons ici, de vérifier que le nombre d'indices d'un identificateur indicé est égal au nombre de dimensions du tableau dont il indique un représentant.

- b) A = expression booléenne
 $L(A \times r) = \text{si } L(r) = \text{booléen alors } \Lambda \text{ sinon } 0$

- c) A = expression de désignation
 $L(A \times r) = \text{si } L(r) = \text{étiquette ou enquête alors } \Lambda \text{ sinon } 0$

2.3.3.5'

- a) A = Instruction d'affectation

$L(A \times r) = \text{si } \lambda (c_1 L(r), c_2 L(r)) = \text{entier, réel, booléen}$
alors Λ sinon 0

A = partie gauche

$L(A \times r) = \text{si } \rho L(r) = \text{prototype alors } c_1 L(r)$
si $\rho L(r) = \text{proc alors } 0$
sinon $L(r)$

A = liste de parties gauches

$L(A \times r) = \text{si } c_1 L(r) = c_2 L(r) = \text{réel ou entier ou booléen}$
alors $c_1 L(r)$ sinon 0

- b) A = instruction procédure

$L(A \times r) = \text{si } \text{deproc } L(r) = \text{vide alors } \Lambda \text{ sinon } 0$

2.3.3.6' Définition de la fonction rg

$\text{rg}(r, \Lambda) = \text{si } \rho(r) = \text{rangée alors } 0 \text{ sinon } r$

$\text{rg}(r, s_1 + s_2) = 0$

$\text{rg}(r, a \times s) = \text{si } r = \text{ouvert alors si } A = \text{rangée et } s = \Lambda$
alors $b(r)$ sinon $\text{rg}(r, s)$

Le déclarateur créé par la fonction P (cf 2.3.1.3) est comparé à une ramification analogue obtenue en "comptant" le nombre d'indices de l'identificateur indicé (cf 2.3.3.1 c). S'il y a égalité on retient le type des éléments du tableau, sinon il y a erreur.

Si la déclaration du tableau est issue d'une spécification alors on recherche simplement le type des éléments du tableau.

2.3.3.7 Règle de composition

La règle de composition doit permettre les opérations sur des opérands de type réel, entier, booléen ou des procédures sans paramètres à résultat réel, entier ou booléen :

La composition est alors la suivante :

la composition d'un seul opérande donne cet opérande.

Deux opérands réels donnent un résultat réel.

Deux opérands l'un étant réel et l'autre entier ou enquête donnent le résultat réel.

si les deux opérands sont entier ou enquête le résultat est entier.

Deux opérands booléen donnent un résultat booléen.

Si un opérande au moins est libre le résultat est le second opérande.

Dans tous les autres cas la composition est impossible.

2.3.3.8 Règle de compatibilité entre paramètres formels et paramètres effectifs

Une suite de paramètres effectifs est compatible à une suite de paramètres formels si la compatibilité existe entre paramètres effectifs et paramètres formels de même rang.

Un paramètre effectif est compatible à un paramètre formel dans chacun des cas suivants :

- a) le paramètre effectif est de même type que le paramètre formel ;
- b) le paramètre formel est de type libre ;
- c) le paramètre effectif est de type libre ;

Si A = rangée et $\rho(r)$ = rangée
alors rg (b (r), s)
sinon 0.

2.3.3.7' Définition de la fonction λ

$\lambda(r, A \times s) = \lambda'(deproc(r), deproc(A \times s))$

a) Définition de la fonction deproc

deproc(Λ) = Λ

deproc(r+s) = 0

deproc(A x r) = si $\rho = proc$ ou prototype et $d_1(r) = \Lambda$ alors r
sinon A x r

b) Définition de la fonction λ'

$\lambda'(r, \Lambda) = r$

$\lambda'(r, s_1 + s_2) = 0$

$\lambda'(r, A \times s) =$ si A = entier, réel, enquête et r = réel alors réel

si A = entier, enquête et r = entier ou enquête
alors entier

si A = réel et r = entier, réel, ou enquête alors réel

si A = booléen et r = booléen alors booléen

si A = libre alors r sinon si r = libre alors A x s
sinon 0.

2.3.3.8' Définition de la fonction θ

$\theta(\Lambda, s) = 0$

$\theta(r_1 + r_2, s) = \theta(r_1, c_1(r)) + \theta(r_2, d_1(s))$

$\theta(A \times r, s) =$ si $|\rho(s)| > 1$ alors 0

si A x r = s alors Λ

si A = libre alors Λ

si r = libre alors Λ

si A = réel, et s = proc x réel ou prototype x réel

A = entier, et s = proc x entier ou prototype x entier

A = booléen et s = proc x booléen ou prototype x booléen

alors Λ .

- d) le paramètre effectif est une procédure sans paramètre dont le résultat est du type du paramètre formel ;
- e) le paramètre effectif est d'un type numérique ou procédure sans paramètre à résultat numérique et le paramètre formel est d'un type numérique ;
- f) le paramètre effectif est de type enquête, le paramètre formel est de type étiquette ;
- g) le paramètre effectif est une procédure, le paramètre formel est une procédure à résultat de même type ;
- h) le paramètre effectif est un tableau, le paramètre formel est un tableau.

si $A = \text{réel}$ et $s = \text{entier}$ ou $\text{proc} \times \text{entier}$, $\text{prototype} \times \text{entier}$
ou $\text{proc} \times (\text{entier} + \text{libre})$

$A = \text{entier}$ et $s = \text{réel}$ ou $\text{proc} \times \text{réel}$, $\text{prototype} \times \text{réel}$
ou $\text{proc} \times (\text{réel} + \text{libre})$

alors Λ

si $A = \text{étiquette}$ et $s = \text{enquête}$ alors Λ

si $A = \text{proc}$ et $\rho(s) = \text{proc}$ ou prototype alors $0(r, c_1(s))$

si $A = \text{ouvert}$ et $\rho(s) = \text{rangée}$ alors $0(A \times r, b(s))$

$A = \text{ouvert}$ et $\rho(s) \neq \text{rangée}$ alors $0(r, s)$

sinon 0.

CHAPITRE III

DEFINITION DE LA SYNTAXE D'UN SOUS-ENSEMBLE
D'ALGOL 68

Nous nous proposons de définir la syntaxe du sous-ensemble d'Algol 68 obtenu en enlevant les formats ainsi que les modes infinis ; après avoir donné la grammaire G_0 et le vocabulaire V nous donnerons le prédicat de reconnaissance F .

La grammaire G_0 est décrite selon la notation de Backus. Elle est déduite du rapport Algol 68 [A. VAN WIJNGAARDEN]. Cette grammaire peut paraître, par endroits, inutilement compliquée ; nous l'avons voulu ainsi afin de faciliter la description du prédicat de reconnaissance.

Le prédicat de reconnaissance est décrit au moyen de 5 fonctions récursives, qui sont, elles-mêmes, décrites au moyen de fonctions plus simples. Il semblerait que la fonction ξ (cf 3.3.3.2') ne puisse pas être décrite par des fonctions récursives primitives. Parmi les autres fonctions, certaines n'apparaissent pas, dans leur description, comme récursives primitives cependant, on peut les y ramener [cf QUERE].

3.1 GRAMMAIRE G_0

3.1.1 Symboles de base

< symbole de base > ::= < lettre > | < chiffre > | true | false | 1 | 0 | . | \$ |
= | . | 10 | < opérateur strict > | < symbole de con-
tation > | < symbole de déclaration > |
< marques syntaxiques > | < marques de séquence > |
< skip nil > | < symboles spéciaux > | < symboles
particuliers :

< lettre > ::= A | B | C | . . . X | Y | Z

< chiffre > ::= 0 | 1 | 2 | . . . | 9

< opérateur strict > ::= - := | + := | * := | / := | + := | + := | + := |

^ | v | ≠ | < | ≤ | ≥ | > | / | + | + :

elem | lwb | upb | lws | ups | i | not | down | up |

abs | bin | repr | leng | short | odd | sign | round |

re | im | conj | btb | ctb | + | -

< symbole de confrontation > ::= := | :: | := | := | := :

< symbole de déclaration > ::= int | real | bool | format | long | struct | ref
flex | either | proc | mode | compl | bits | bytes |
string | sema | file | priority | loc | heap | op

< marques syntaxiques > ::= (| begin | end | , | par | [|] | : | at |
if | case | then | in | else | out | fi | esac |
of
 < marques de séquence > ::= ; | . | goto
 < skip nil > ::= skip | nil
 < symboles particuliers > ::= for | from | by | to | while | do | thef | elsf
 < symboles spéciaux > ::= " | co | < autre symbole >
 < autre symbole > ::= tous les caractères que le programmeur peut
 souhaiter à l'exclusion de ceux déjà cités.

3.1.2 Programme

< programme > ::= (< prélude > ; < programme particulier > ;
 < sortie > : < postlude >)
 < prélude > ::= < parties des déclarations >
 < sortie > ::= EXIT
 < postlude > ::= < train serial > | < clause unitaire > |
 < étiquetage > < clause unitaire >
 < programme particulier > ::= < clause parenthésée > |
 < étiquetage > < clause parenthésée >
 < étiquetage > ::= < étiquette > : | < étiquette > : < étiquetage >
 < étiquette > ::= < identificateur >
 < identificateur > ::= < lettre > | < identificateur > < lettre > |
 < identificateur > < chiffre >

3.1.3 Clause parenthésée

< clause parenthésée > ::= < clause fermée > | < clause collatérale > |
 < clause conditionnelle >
 < clause fermée > ::= begin < clause serielle > end | (< clause serielle >

a) Clause serielle

< clause serielle > ::= < queue serielle > |
 < partie des déclarations > ; < queue serielle >
 < queue serielle > ::= < train serial > | < clause unitaire > |
 < étiquetage > < clause unitaire > |
 < train serial > < compléteur > < queue serielle >

< compléteur > ::= • < étiquette > ;
 < point virgule > ::= ; < étiquetage >
 < train serial > ::= < clause unitaire > < point virgule > < train serial > |
 < étiquetage > < clause unitaire > < point virgule > < train serial >
 < partie des déclarations > ::= < déclaration simple > |
 < suite de phrases > < déclaration simple >
 < suite de phrases > ::= < phrase > ; | < phrase > ; < suite de phrases >
 < phrase > ::= < déclaration simple > | < clause unitaire >
 < déclaration simple > ::= < déclaration unitaire > |
 < déclaration collatérale >
 < déclaration collatérale > ::= < déclaration unitaire > ,
 < déclaration unitaire > |
 < déclaration unitaire > , < déclaration collatérale >

b) Clause conditionnelle

< clause conditionnelle > ::= if < condition > then < clause serielle > else
 < clause serielle > fi |
 (< condition > | < clause serielle > | < clause
 serielle >)|
case < condition > in < clause serielle > out < clause serielle > esac
 < condition > ::= < clause serielle >

c) Clause collatérale

< clause collatérale > ::= begin < liste collatérale > end |
 (< liste collatérale > |
par begin < liste collatérale > end |
par (< liste collatérale >)
 < liste collatérale > ::= < clause unitaire > , < clause unitaire > |
 < clause unitaire > , < liste collatérale >

3.1.4 Clause unitaire

< clause unitaire > ::= < confrontation > | < tertiaire >

a) Confrontation

< confrontation > ::= < assignation > | < relation de conformité > |
 < relation d'identité > | < moule >

b) Dénotation booléenne

< dénotation booléenne > ::= true | false

c) Dénotation de caractère

< dénotation de caractère > ::= " < élément de chaîne > "

< élément de chaîne > ::= < lettre > | < chiffre > | . | 10 | 0 | 1 |
() | , | . | ⊥ | ⊥ | " "

< autres éléments de chaîne >

< autres éléments de chaîne > ::= < autres symboles >

d) Dénotation de bits

< dénotation de bits > ::= < rangée de bits > |

long < dénotation de bits >

< rangée de bits > ::= < flip flop > |

< flip flop > < rangée de bits >

< flip flop > ::= 0 | 1

e) Dénotation de chaîne

< dénotation de chaîne > ::= " < rangée de caractères > "

< rangée de caractères > ::= < élément de chaîne > < élément de chaîne >
< élément de chaîne > < rangée de caractères >

f) Dénotation de procédure

< dénotation de procédure > ::= (< liste de paramètres formels >)
< moulide >

< liste de paramètres formels > ::= < paramètre formel > < sépa >
< liste de paramètres formels > |
< paramètre formel >

< paramètre formel > ::= < déclareur formel > < identificateur >

< moulide > ::= < moule > | < moule vide >

3.1.8 Déclarations

< déclaration unitaire > ::= < déclaration d'identité > |
< déclaration de mode > |
< déclaration d'opération > |
< déclaration de priorité >

a) Déclaration d'identité

< déclaration d'identité > ::= < déclareur formel > < identificateur > =
< clause unitaire >

b) Déclaration de mode

< déclaration de mode > ::= mode < indication de mode > =
< déclareur effectif >

c) Déclaration d'opération

< déclaration d'opération > ::= op < empreinte > = < clause unitaire >

< empreinte > ::= < empreinte dyadique > | < empreinte monadique >

< empreinte dyadique > ::= (< opérands virtuels dyadiques >)

< résultat > < opérateur dyadique >

< empreinte monadique > ::= (< opérande virtuel monadique >)

< résultat > < opérateur monadique >

< résultat > ::= < déclareur virtuel >

< opérands virtuels dyadiques > ::= < déclareur virtuel >, < déclareur
virtuel >

< opérande virtuel monadique > ::= < déclareur virtuel >

< opérateur dyadique > ::= < opérateur standard long > |
< autre opérateur dyadique >

< opérateur monadique > ::= < opérateur strict long > |
< autre opérateur monadique >

< opérateur standard long > ::= < opérateur standard > |
long < opérateur standard long >

< opérateur standard > ::= < opérateur strict > | = | *

< opérateur strict long > ::= < opérateur strict > |
long < opérateur strict long >

< autres opérateurs dyadiques > ::= < autre symbole >

< autres opérateurs monadiques > ::= < autre symbole >

d) Déclaration de priorité

< déclaration de priorité > ::= priority < opérateur dyadique > = < niveau >

< niveau > ::= 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9

3.1.9 Déclareurs

< déclareur formel > ::= < déclareur formel de tableau > |
 < déclareur formel de structure > |
 < déclareur formel de ref > |
 < déclareur d'union > |
 < déclareur simple >

< déclareur effectif > ::= < déclareur effectif de tableau > |
 < déclareur effectif de structure > |
 < déclareur effectif de ref > |
 < déclareur d'union > |
 < déclareur simple >

< déclareur virtuel > ::= < déclareur virtuel de tableau > |
 < déclareur virtuel de structure > |
 < déclareur virtuel de ref > |
 < déclareur d'union > |
 < déclareur simple >

< déclareur simple > ::= < déclareur de proc > |
 < déclareur standard > |

a) Déclareurs standards

< déclareur standard > ::= < mode standard > | < indication de mode >

< mode standard > ::= bool | char | < numérique >

< numérique > ::= int | real | long < numérique >

< indication de mode > ::= string | file | sema |
 < indication longue > | < autre symbole >

< indication longue > ::= compl | bits | bytes |
long < indication longue >

b) Déclareurs de tableau

< déclareur formel de tableau > ::= [< volume formel >] < déclareur
 formel de structure >
 [< volume formel >] < déclareur virtuel de
 ref >
 [< volume formel >] < déclareur d'union >
 [< volume formel >] < déclareur simple >

< déclareur effectif de tableau > ::= [< volume effectif >] < déclareur
 effectif de structure > |
 [< volume effectif >] < déclareur
 virtuel de ref > |
 [< volume effectif >] < déclareur
 d'union > |
 [< volume effectif >] < déclareur
 simple >

< déclareur virtuel de tableau > ::= [< volume virtuel >] < déclareur vir-
 tuel de ref > |
 [< volume virtuel >] < déclareur d'union > |
 [< volume effectif >] < déclareur
 simple >

< volume formel > ::= < déclareur de bornes formelles > , < volume formel > |
 < déclareur de bornes formelles >

< volume effectif > ::= < déclareur de bornes effectives > , < volume effectif > |
 < déclareur de bornes effectives >

< volume virtuel > ::= : | : , < volume virtuel >

< déclareur de bornes formelles > ::= < borne formelle > : < borne formelle > |
 : < borne formelle > | < borne formelle > :

< borne formelle > ::= either | < tertiaire > either | flex | < tertiaire > flex |
 < tertiaire >

< déclareur de bornes effectives > ::= < borne effective > : < borne effective > |
 < borne effective > ::= flex | < tertiaire > flex | < tertiaire >

c) Déclareurs de structure

< déclareur formel de structure > ::= struct (< liste de champs formels >)

< déclareur effectif de structure > ::= struct (< liste de champs effectifs >)

< déclareur virtuel de structure > ::= struct (< liste de champs virtuels >)

< liste de champs formels > ::= < champ formel > , < liste de champs formels > |
 < champ formel >

< liste de champs effectifs > ::= < champ effectif > , < liste de champs effectifs > |
 < champ effectif >

< liste de champs virtuels > ::= < champ virtuel > , < liste de champs virtuels > |
 < champ virtuel >

< champ formel > ::= < déclareur formel de structure > < sélecteur > |
 < déclareur formel de tableau > < sélecteur > |

< déclarateur virtuel de ref > < sélecteur > |
 < déclarateur d'union > < sélecteur > |
 < déclarateur simple > < sélecteur >
 < champ effectif > ::= < déclarateur effectif de structure > < sélecteur > |
 < déclarateur effectif de tableau > < sélecteur > |
 < déclarateur virtuel de ref > < sélecteur > |
 < déclarateur d'union > < sélecteur > |
 < déclarateur simple > < sélecteur >
 < champ virtuel > ::= < déclarateur virtuel > < sélecteur >

d) Déclareurs de ref

< déclarateur virtuel de ref > ::= ref < déclarateur virtuel >
 < déclarateur effectif de ref > ::= ref < déclarateur virtuel >
 < déclarateur formel de ref > ::= ref < déclarateur formel de tableau > |
 ref < déclarateur formel de structure > |
 ref < déclarateur virtuel de ref > |
 ref < déclarateur d'union > |
 ref < déclarateur simple >

e) Déclareurs d'union

< déclarateur d'union > ::= union (< liste de composantes >)
 < liste de composantes > ::= < déclarateur virtuel > , < déclarateur virtuel >
 < déclarateur virtuel > , < liste de composantes >

f) Déclareurs de proc

< déclarateur de proc > ::= < déclarateur de proc sans paramètre ni résultat >
 < déclarateur de proc sans résultat > |
 < déclarateur de proc sans paramètre > |
 < déclarateur de proc général >
 < déclarateur de proc général > ::= proc (< paramètres virtuels >) < résultat virtuel >
 < paramètres virtuels > ::= < déclarateur virtuel > < sepa > < paramètres virtuels > | < déclarateur virtuel >
 < résultat virtuel > ::= < déclarateur virtuel >
 < déclarateur de proc sans paramètre ni résultat > ::= proc
 < déclarateur de proc sans résultat > ::= proc (< paramètres virtuels >)
 < déclarateur de proc sans paramètre > ::= proc < résultat virtuel >

3.2 VOCABULAIRE

Le vocabulaire V est la réunion du vocabulaire V_0 de la grammaire G_0 et de l'ensemble suivant :
 { 0, void, procl, rowof, borne de tableau, opérandes, op2, empreinte double, empreinte simple, ser, coll, row of 1 }

- 0 représente la valeur d'échec ou d'erreur ; les autres symboles que nous ajoutons ont pour but de faciliter la description du prédicat de reconnaissance F.

3.3 PREDICAT DE RECONNAISSANCE

Introduction

Algol 68 offre la possibilité de traiter des objets dont la nature (le mode) n'est pas fixé de façon rigide. On peut définir : de nouveaux modes ; (généralement exprimés en fonctions des modes de base) et dans ces modes de nouvelles opérations. Afin de conserver une certaine efficacité dans le contrôle d'un programme, on a apporté des restrictions à la définition des modes, à la définition des opérations, et, surtout à leur utilisation. Ces restrictions sont exprimées par des règles de contexte.

Avec le prédicat de reconnaissance, nous vérifions si ces conditions de contexte sont satisfaites. Pour cela on opère de la façon suivante :

a) on explicite chaque déclarateur de mode en fonction des modes standard et on associe à chaque opérateur la propriété de l'opération qu'il représente (fonction M) ;

b) on organise, dans les formules, l'enchaînement des opérations en fonction de la priorité des opérateurs (fonction E) ;

c) on assimile chaque identificateur à son mode et chaque opérateur aux opérations qu'il représente (fonction T) ;

d) on évalue le mode des clauses et par conséquent la validité d'un programme (Fonction L).

Afin de faciliter la description de la fonction M nous l'avons fait précéder d'une fonction de "préparation de la ramification" (Fonction P).

F est donc le produit de 5 fonctions :

$$F = L . T . E . M . P .$$

3.3.1 Préparation - Fonction P

- Simplifications générales
- création de déclarations d'étiquettes
- transport du n° de région dans les déclarations de priorité
- simplification des déclareurs.

3.3.1.1 Simplifications générales

Certains symboles ne sont que délimiteurs, permettant d'analyser un programme. Dans la ramification obtenue par l'analyse ces symboles ne supportent plus aucune signification. Pour faciliter la description des fonctions M, E, T, L nous allons les supprimer (cf 3.3.1.1').

3.3.1.2 Création de déclarations d'étiquettes

La rencontre d'une étiquette devant une instruction doit être considérée comme une déclaration d'identificateur dont le mode est skip. Nous remplacerons ces occurrences d'étiquette par une déclaration (cf 3.3.1.2').

3.3.1.3 Transport du n° de région dans les déclarations de priorité

Dans une formule, la nature de l'opération désignée par un opérateur doit être définie par une déclaration d'opération ; de plus si c'est un opérateur dyadique sa priorité doit être définie par une déclaration de priorité.

Nous appelons "région" le programme ainsi que toute clause sérielle et toute dénotation de procédure ; le n° d'une région est le nombre de régions qui la contiennent. Le programme est une région de numéro 1.

Pour distinguer chacune des déclarations de priorité d'une même indication (cf 3.3.2.1 et 3.3.4.2), nous allons à chaque déclaration de priorité ajouter le numéro de la plus petite région qui la contient.

3.3.1.4 Simplification des déclareurs

L'analyse syntaxique fournit pour les déclareurs des pseudo-arborescences fort compliquées. Chaque déclareur pouvant être composé de plusieurs déclareurs, on obtient une pseudo-arborescence longue où pratiquement

3.3.1' Définition de la fonction P

A = programme

$$P(A \times r) = A \times P'(r, \Lambda)$$

Définition de la fonction P'

$$P'(\Lambda, s) = \Lambda$$

$$P'(r_1 + r_2, s) = P'(r_1, s) + P'(r_2, s)$$

$$P'(A \times r, s) = A \times P'(r, s) \text{ sauf}$$

3.3.1.1' A = :=, ::, ::=, :=:, :#: , (,) , begin , end , , par , [,] , at , if , case , | , then , in , else , out , fi , esac , of , ; , . , goto , for , from , by , to , while , do , thef , elsif , " , co , either , flex

$$P'(A \times r, s) = \Lambda$$

3.3.1.2' A = étiquette, sortie

$$P'(A \times r, s) = \text{déclaration} \times (\text{skip} + s)$$

3.3.1.3' A = déclaration de priorité

$$P'(A \times r, s) = A \times (c_2(r) + c'_4(r) + s)$$

A = clause sérielle, dénotation de procédure

$$P'(A \times r, s) = A \times P'(r, s+1)$$

3.3.1.4'

seules les feuilles nous intéressent, avec toutefois des renseignements sur la manière de les grouper. Nous allons donc supprimer tous les noeuds ayant un nom de déclarateur et utiliser les symboles terminaux struct, union, proc, ref, long pour indiquer comment se groupent les autres symboles.

a) Pour permettre plus tard (cf 3.3.5.6) la vérification de la syntaxe des bornes de tableau nous extrayons (cf 3.3.1.5), des déclarateurs formels et effectifs, les bornes que l'on y peut trouver, ainsi que les bornes contenues dans d'autres bornes (cas particulier des bornes qui sont, ou contiennent, des clauses sèrielles).

b) Nous considérons qu'un tableau de réels à une entrée est du mode row of x real ; qu'un tableau d'entiers à deux entrées est du mode row of x row of x int ... Pour effectuer ces modifications, on compte dans chaque volume (formel, effectif, virtuel) le nombre de dimensions ; on obtient ainsi un certain nombre de symboles row of juxtaposés ; la fonction tab (cf 3.3.1.6) enracine les uns aux autres chacun des symboles row of en plaçant "en feuille", le mode des éléments du tableau.

c) Un déclarateur de structure (formel, effectif ou virtuel) doit satisfaire la règle suivante :
un déclarateur de structure ne peut contenir deux sélecteurs identiques (cf [V. W] 4.4.3.e).

Nous vérifions si cette condition est réalisée (fonction sel) ; auquel cas on transforme le déclarateur, en enracinant ses composantes au symbole struct.

d) On transforme chaque déclarateur de ref (formel, effectif ou virtuel) en enracinant ses composantes au symbole ref.

a) A = déclarateur formel, déclarateur effectif
 $P^1 (A \times r, s) = P^1 (r, s) + P^1 (\text{ext } (r), s)$
A = déclarateur virtuel, déclarateur simple, déclarateur standard, mode standard
 $P^1 (A \times r, s) = P^1 (r, s)$

b) A = déclarateur formel de tableau
déclarateur effectif de tableau
déclarateur virtuel de tableau
 $P^1 (A \times r, s) = \text{tab } (P^1 (r, s))$
A = volume formel, volume effectif, volume virtuel
 $P^1 (A \times r, s) = \text{row of } + P^1 (r, s)$
A = déclarateur de bornes formelles
déclarateur de bornes effectives
 $P^1 (A \times r, s) = \Lambda$

c) A = déclarateur formel de structure;
déclarateur effectif de structure,
déclarateur virtuel de structure.
 $P^1 (A \times r, s) = \text{si sel } (d_1 P^1 (r, s)) = \Lambda$
alors struct x $d_1 P^1 (r, s)$ sinon 0
A = liste de champs formels
liste de champs effectifs
liste de champs virtuels

$P^1 (A \times r, s) = P^1 (r, s)$
d) A = déclarateur virtuel de ref,
déclarateur effectif de ref,
déclarateur formel de ref,
 $P^1 (A \times r, s) = \text{ref } \times P^1 (r, s)$

e) Un déclarateur d'union désigne la réunion logique de plusieurs modes, on enracine chacun de ces modes par le symbole union. On supprime éventuellement le symbole union consécutif en ne gardant que le premier (fonction un).

f) Pour permettre les vérifications de contexte sur les procédures (cf 3.3.5.4), nous allons distinguer les procédures avec paramètres des procédures sans paramètre.

Les déclarateurs de procédure sans paramètre sont placés sous la dépendance du symbole proc alors que les déclarateurs de procédure avec paramètres, sont placés sous la dépendance du symbole proc l. De plus on attribue à tout déclarateur de procédure sans résultat le "mode résultat" void.

3.3.1.5 Fonction ext

La fonction ext recherche les bornes formelles ou effectives contenues dans les déclarateurs. Si ces bornes sont exprimées par des tertiaires ceux-ci sont placés sous la dépendance du symbole supplémentaire borne de tableau.

3.3.1.6 Fonction tab

La fonction tab transforme toute ramification dont la première composante est row of, en une pseudo arborescence de racine row of

3.3.1.7 Fonction sel

La fonction sel vérifie si un déclarateur de structure ne contient pas deux sélecteurs identiques.

e) A = déclarateur d'union
 $P' (A \times r, s) = \text{union} \times \text{un} (d_1 P' (r, s))$
 A = liste de composantes
 $P' (A \times r, s) = P' (r, s)$

f) A = déclarateur de proc général
 $P' (A \times r, s) = \text{proc l} \times d_1 P' (r, s)$
 A = déclarateur de proc sans résultat
 $P' (A \times r, s) = \text{proc l} \times (d_1 P' (r, s) + \text{void})$
 A = déclarateur de proc sans paramètre
 $P' (A \times r, s) = \text{proc} \times d_1 P' (r, s)$
 A = déclarateur de proc sans paramètre ni résultat
 $P' (A \times r, s) = \text{proc} \times \text{void}$
 A = déclarateur de proc, paramètres virtuels, résultat virtuel, sepa
 $P' (A \times r, s) = P' (r, s)$

3.3.1.5' $\text{ext} (\Lambda) = \Lambda$
 $\text{ext} (r + s) = \text{ext} (r) + \text{ext} (s)$
 $\text{ext} (A \times r) = \text{ext} (r)$ sauf
 A = borne effective, borne formelle
 $\text{ext} (A \times r) = \text{si } r = \Lambda \text{ alors } \Lambda$
 sinon borne de tableau $\times r$

3.3.1.6' $\text{tab} (\Lambda) = \Lambda$
 $\text{tab} (r+s) = \text{si } r = \text{row of} \text{ alors } \text{row of} \times \text{tab} (s)$
 sinon $\text{tab} (r) + \text{tab} (s)$
 $\text{tab} (A \times r) = A \times r$

3.3.1.7' $\text{sel} (\Lambda) = \Lambda$
 $\text{sel} (s_1 + s_2) = \text{si } \rho (s_1) \neq \text{selecteur} \text{ alors } \text{sel} (s_2)$
 sinon si $n (s_1, s_2) = \Lambda$ alors $\text{sel} (s_2)$
 sinon 0
 $\text{sel} (A \times s) = \Lambda$

3.3.1.8 Fonction un :

Lorsqu'un mode uni μ a pour composante un autre mode uni μ' , μ doit être directement exprimé en fonction des composantes de μ' ; la fonction un permet d'effectuer cette décomposition.

$$\text{un } (\Lambda) = \Lambda$$

$$\text{un } (r+s) = \text{un } (r) + \text{un } (s)$$

$$\text{un } (A \times r) = A \times r \text{ sauf}$$

$$A = \text{union}$$

$$\text{un } (\text{union} \times r) = \text{un } (r)$$

3.3.2 Transport des déclarations de priorité et des déclarations de mode - Fonction M

Dans toute la suite nous appellerons "épirégion" une région à l'exclusion de toutes les régions qu'elle contient.

Dans chaque épirégion nous avons à vérifier certaines conditions de contexte relatives aux opérateurs et aux modes.

a) La priorité d'un opérateur dyadique ne peut être déclarée plus d'une fois par épirégion (cf [V. W] 4.2.2 b)

Cette condition est vérifiée en 3.3.2.1 (cf fonction μ).

b) Dans une épirégion il ne peut exister deux déclarations d'opérations relatives à un même opérateur, telles que leurs empreintes soient légèrement liées (cf [V. W] 4.4.2. c). La vérification de cette condition de contexte est effectuée en même temps que celle sur les identificateurs (cf 3.3.4.1 et 3.3.4.2).

c) Un mode ne peut être déclaré plus d'une fois par épirégion (cf [V. W] 4.2.2 b).

Cette condition est vérifiée en 3.3.2.2 (cf fonction μ).

d) Un déclareur d'union ne peut contenir deux modes tels que l'on puisse trouver un troisième qui leur soit fermement compatible (cf [V. W] 4.4.3 d).

La vérification de cette condition est effectuée par la fonction L (vérification des conditions de contexte locales), (cf 3.3.5.10).

e) Un déclareur de structure ne peut contenir deux sélecteurs identiques (cf [V. W] 4.4.3 c).

La vérification de cette condition a été effectuée par la fonction P (cf 3.3.1.4. c).

3.3.2.1 Transport des déclarations de priorité

Un opérateur dyadique représente une opération dont la priorité est définie par une déclaration de priorité. A chaque opérateur dyadique on associe la priorité de l'opération qu'il représente ainsi que le numéro de la région contenant la déclaration de priorité. On les place sous la dépendance du symbole op2. Si un opérateur ne possède pas de déclaration de priorité,

3.3.2' Définition de la fonction M

$$M(\Lambda) = \Lambda$$

$$M(r+s) = M(r) + M(s)$$

$$M(A \times r) = A \times M(r) \text{ sauf}$$

A = programme, clause sérielle, dénotation de procédure

$$M(A \times r) = A \times \mu(M(r), M(r))$$

Définition de la fonction μ

$$\mu(r, \Lambda) = \Lambda$$

$$\mu(r, s_1 + s_2) = \mu(r, s_1) + \mu(r, s_2)$$

$$\mu(r, A \times s) = A \times \mu(r, s) \text{ sauf}$$

3.3.2.1' A = opérateur dyadique

$$\mu(r, A \times s) = \begin{cases} \text{si } \zeta(r, A \times s) = 1 \text{ alors } \text{op2} \times (s + \zeta(r, A \times s)) \\ \text{si } \zeta(r, A \times s) = \Lambda \text{ alors } A \times s \\ \text{sinon } 0 \end{cases}$$

on le laisse inchangé, en vue de lui affecter une priorité dans une région plus grande. S'il possède plusieurs déclarations de priorité, c'est une erreur (cf fonction μ 3.3.2.1 a).

3.3.2.2 Transport des déclarations de mode

Une indication de mode représente un mode dont le déclarateur figure dans une déclaration de mode. Le but de cette opération est de remplacer partout, même dans les déclareurs, chaque indication de mode par son déclarateur. Un déclarateur n'est pas toujours exprimé en fonction des modes standards, donc avant de remplacer les indications de modes par leur déclarateur, il faut expliciter ces derniers en fonction des modes standards ; pour cela nous avons recours à la fonction ξ (cf 3.3.2.4).

3.3.2.3 Recherche des déclarations de priorité et des déclarations de mode-fonction ζ

La fonction ζ permet de retrouver dans une région les déclarations de priorité et les déclarations de mode. Elle analyse chacune d'elle afin de reconnaître l'opérateur ou l'indication de mode pour lequel la recherche est effectuée. Si l'opérateur est reconnu, elle sélectionne le niveau de priorité avec le n° de région, si c'est une indication de mode, elle sélectionne le déclarateur effectif. Il se peut que des opérateurs ou des indications de mode figurent dans plusieurs déclarations de priorité ou de mode, dans ce cas la fonction ζ fournit autant de résultats.

3.3.2.4 Vérification sur les modes finis - Fonction ξ

Si un déclarateur effectif s'exprime en fonction d'indications de mode, pour vérifier que ce déclarateur engendre un mode fini, il est nécessaire de remplacer dans ce déclarateur chacune des indications de mode par leur déclarateur. Ce processus peut se poursuivre indéfiniment si le déclarateur engendre un mode infini ; pour remédier à cette difficulté on procède de la façon suivante :

soit d_0 le déclarateur initial et m_0 l'indication de mode correspondante, soit m_1 une indication et d_1 son déclarateur.

Pour chaque indication de mode m_{i+1} rencontrée dans un déclarateur d_i , on établit une liste des indications déjà rencontrées.

3.3.2.2' A = indication de mode

$$\begin{aligned} \mu(r, A \times s) &= \text{si } \zeta(r, A \times s) = \Lambda \text{ alors } A \times s \\ &\text{si } |\zeta(r, A \times s)| = 1 \text{ alors } \xi(r, \zeta(r, A \times s), s) \\ &\text{sinon } 0 \end{aligned}$$

3.3.2.3' Définition de la fonction ζ

$$\begin{aligned} \zeta(\Lambda, s) &= \Lambda \\ \zeta(r_1 + r_2, s) &= \zeta(r_1, s) + \zeta(r_2, s) \\ \zeta(A \times r, s) &= \zeta(r, s) \text{ sauf} \\ &A = \text{déclaration de priorité} \\ \zeta(A \times r, s) &= \text{si } c_1(r) = s \text{ alors } d_1(r) \text{ sinon } \Lambda \\ &A = \text{déclaration de mode} \\ \zeta(A \times r, s) &= \text{si } c_1(r) = s \text{ alors } c_2(r) \text{ sinon } \Lambda \end{aligned}$$

3.3.2.4' Définition de la fonction ξ

$$\begin{aligned} \xi(r, \Lambda, t) &= \Lambda \\ \xi(r, s_1 + s_2, t) &= \xi(r, s_1, t) + \xi(r, s_2, t) \\ \xi(r, A \times s, t) &= A \times \xi(r, s, t) \text{ sauf} \\ &A = \text{indication de mode} \\ \xi(r, A \times s, t) &= \text{si } n(s, t) \neq \Lambda \text{ alors } 0 \\ &\text{si } \zeta(r, A \times s) = \Lambda \text{ alors } A \times s \\ &\text{si } |\zeta(r, A \times s)| = 1 \text{ alors } \xi(r, \zeta(r, A \times s), s+t) \\ &\text{sinon } 0 \end{aligned}$$

Soit $\mathcal{L}(d_0)$ la liste des indications de mode rencontrées pour le mode m_0 ;
par convention $\mathcal{L}(d_0) = \{m_0\}$.

Soit $\mathcal{L}(d_i)$ la liste des indications de mode rencontrées pour le mode m_i ,
alors $\mathcal{L}(d_{i+1}) = \mathcal{L}(d_i) \cup \{m_{i+1}\}$.

Si $\mathcal{L}(d_i)$ contient déjà l'indication m_{i+1} , nous sommes en présence d'un mode infini c'est donc une erreur.

Il se peut que dans la région en cours on ne trouve pas le déclarateur d_{i+1} du mode m_{i+1} , dans ce cas l'opération de remplacement est abandonnée à cet endroit, en vue de permettre un remplacement dans une région plus grande.

3.3.3 Enchaînement des opérations dans une formule - Fonction E

L'analyse syntaxique d'un programme Algol 68 ne tient pas compte de la priorité des opérations. Nous allons, dans les formules, organiser l'enchaînement des opérations en fonction des priorités des opérateurs. De plus pour faciliter les vérifications de contexte sur les modes des opérandes effectifs (cf 3.3.5.3 a) nous convertirons les opérations dyadiques de la notation usuelle en notation préfixée.

Considérons la pseudo-arborescence d'une formule

$$r = A \times (r_1 \uparrow r_2 \uparrow r_3)$$

où A = formule dyadique

r₁ est la pseudo-arborescence de l'opérande gauche

r₂ est la pseudo-arborescence de l'opérateur (op 2)

r₃ est la pseudo-arborescence de l'opérande droit.

D'après la grammaire G₀, r₁ peut être une formule ; considérons ce cas particulier.

r₁ = A × (r₁₁ ↑ r₁₂ ↑ r₁₃) avec p(r₁₁) = opérande effectif r₂ et r₁₂ sont deux opérateurs désignant deux opérations de priorité pr₂ et pr₁₂. Si pr₂ ≤ pr₁₂ alors l'opération définie par r₁₂ doit être considérée la première ; on obtient le parenthésage suivant :

((φ(r₁₁) φ(r₁₂) φ(r₁₃)) φ(r₂) φ(r₃)) où φ représente le mot des feuilles (cf 1.2.2). Si pr₁₂ < pr₂, c'est l'opération définie par r₂ qui doit être considérée la première ; on obtient le parenthésage suivant :

$$(\varphi(r_{11}) \varphi(r_{12}) (\varphi(r_{13}) \varphi(r_2) \varphi(r_3)))$$

3.3.3.1 Comparaison de la priorité des opérateurs

La fonction E permet de comparer la priorité des opérateurs ; si l'ordre des opérations n'est pas à inverser elle effectue simplement la transformation de notation, sinon par l'intermédiaire de la fonction E, elle inverse les opérations, en effectuant la transformation de notation.

3.3.3.2 Inversion des opérations - fonction E

Possédant un opérateur δ et son opérande droit, la fonction E recherche, dans une formule dans laquelle l'enchaînement des opérations est effectué, l'opérande gauche pour l'opérateur δ. Elle le trouve lors de

3.3.3'' Définition de la fonction E

$$E(\Lambda) = \Lambda$$

$$E(r + s) = E(r) + E(s)$$

$$E(A \times r) = A \times E(r) \text{ sauf}$$

3.3.3.1' A = formule dyadique

$$E(A \times r) = \begin{cases} \text{si } c_2' c_2 E(r) = \Lambda \text{ alors } 0 \text{ sinon} \\ \text{si } p c_1(r) = \text{formule dyadique} \\ \text{et } c_2' c_1' c_1 E(r) < c_2' c_2 E(r) \\ \text{alors } E(c_1 E(r), d_1 E(r)) \\ \text{sinon } A \times (c_2 E(r) + \text{opérandes} \times (c_1 E(r) + c_3 E(r))) \end{cases}$$

3.3.3.2' Définition de la fonction E

$$E(\Lambda, s) = 0$$

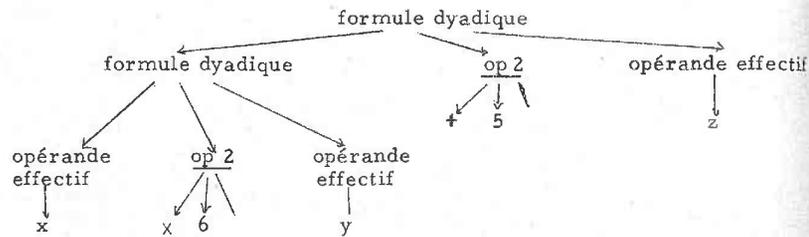
$$E(r_1 + r_2, s) = 0$$

$$E(A \times r, s) = A \times E(r, s) \text{ sauf}$$

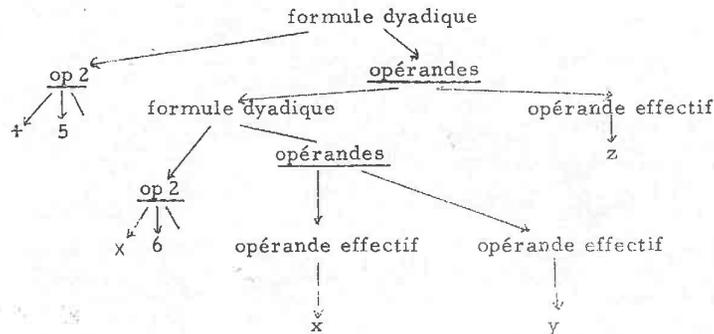
sa rencontre avec un opérateur δ' de priorité supérieure ou égale à celle de δ ; cet opérateur gauche est le résultat de l'opération définie par δ' ; s'il n'y a pas d'opérateur de priorité supérieure ou égale l'opérateur gauche recherché est alors le dernier opérateur effectif trouvé.

Exemple 1 Considérons la formule suivante : $x \times y + z$ avec priorité de $+$ = 5 et priorité de \times = 6.

La transformation P fournit la pseudo-arborescence suivante :



Par suite de la priorité naturelle de gauche à droite, dans cette formule l'enchaînement des opérations existe, on obtiendra donc par E :



A = formule dyadique

$$\mathcal{E}(A \times r, s) = \text{si } c'_2 c_1(s) \leq c'_2 c_1(r) \\ \text{alors } A \times (c_1(s) + \text{opérandes} \times (A \times r + c_2(s))) \\ \text{sinon } A \times (c_1(r) + \mathcal{E}(c_2(r), s))$$

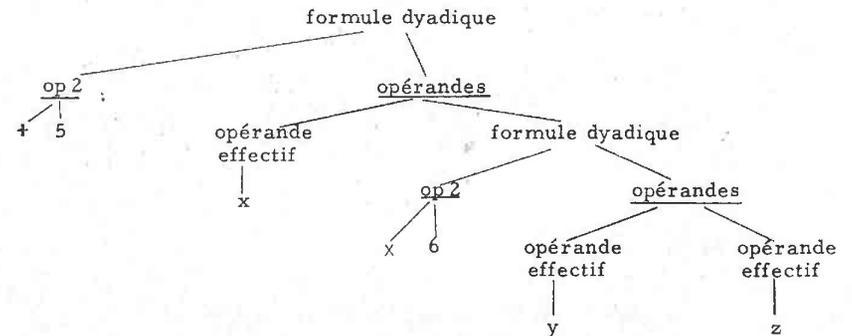
A = opérandes

$$\mathcal{E}(A \times r, s) = A \times (c_1(r) + \mathcal{E}(c_2(r), s))$$

A = opérateur effectif

$$\mathcal{E}(A \times r, s) = \text{formule dyadique} \times (c_1(s) + \text{opérandes} \times (A \times r + c_2(s)))$$

Exemple 2 Avec la formule suivante $x + y \times z$, par suite d'une modification de l'enchaînement des opérations on aurait obtenu :



Note : Ces pseudo-arborescences ont été décrites avec les seuls nœuds intéressants.

3.3.4 Transport des déclarations d'identité et des déclarations d'opération - Fonction T

Nous avons à vérifier certaines conditions de contexte sur les identificateurs et les opérations.

a) Un identificateur ne peut être déclaré plus d'une fois par épirégion (cf [V. W] 4.2.2. b).

Cette condition est vérifiée en 3.3.4.1.

b) Dans une épirégion, il ne peut exister deux déclarations d'opérations relatives à un même opérateur telles que leurs empreintes soient légèrement liées (cf [V. W.] 4.4.2. c).

Cette condition est vérifiée en 3.3.4.2.

3.3.4.1 Transport des déclarations d'identité

Pour chaque identificateur, y compris ceux contenus dans les déclarations, on recherche la ou les déclarations qui lui correspondent (cf fonction θ 3.3.4.1'). S'il y en a plusieurs c'est une erreur, sinon on remplace l'identificateur par le mode trouvé. Si l'identificateur n'a pas été déclaré dans la région, il reste inchangé en vue d'une vérification dans une région plus grande.

3.3.4.2 Transport des déclarations d'opérations dyadiques

Un opérateur dyadique désigne toutes les déclarations d'opérations dont la priorité a été déclarée par la même déclaration de priorité.

Nous avons associé précédemment à chaque opérateur dyadique (op 2) sa priorité et le numéro de la région contenant la déclaration de priorité. Pour chaque opérateur dyadique (op 2) on va rechercher les déclarations d'opérations (cf 3.3.4.2' fonction θ'). S'il en existe et si elles vérifient la condition (3.3.4.b) alors on associe à l'opérateur correspondant la liste des empreintes trouvées dans les déclarations, chacune d'elle est placée sous la dépendance du symbole empreinte double.

3.3.4.3 Transport des déclarations d'opérations monadiques

Pour chaque opérateur monadique on recherche les déclarations d'opérations (cf 3.3.4.3' fonction θ''). S'il en existe et si elles vérifient la condition (3.3.4.b), on associe à l'opérateur correspondant la liste des

3.3.4' Définition de la fonction T

$$T(\Lambda) = \Lambda$$

$$T(r+s) = T(r) + T(s)$$

$$T(A \times r) = A \times T(r) \text{ sauf}$$

A = programme, clause sérielle, dénotation de procédure.

$$T(A \times r) = \iota(T(r), T(r))$$

Définition de la fonction ι

$$\iota(r, \Lambda) = \Lambda$$

$$\iota(r, s_1 + s_2) = \iota(r, s_1) + \iota(r, s_2)$$

$$\iota(r, A \times s) = A \times \iota(r, s) \text{ sauf}$$

3.3.4.1' A = identificateur

$$\iota(r, A \times s) = \text{si } \theta(r, A \times s) = \Lambda \text{ alors } A \times s$$

$$\text{si } |\theta(r, A \times s)| = 1 \text{ alors } \theta(r, A \times s)$$

$$\text{sinon } 0$$

3.3.4.2' A = op 2 (l)

$$\iota(r, A \times s) = A \times (s + k(\theta'(r, c_1(s) + c_2(s) + c_3(s))))$$

Note 1 La vérification sur les opérateurs dyadiques doit porter

- sur le symbole de représentation $c_1(s)$
- sur la priorité de l'opérateur $c_2(s)$
- sur le numéro de la région $c_3(s)$.

3.3.4.3' A = opérateur monadique

$$\iota(r, A \times s) = A \times (s + k(\theta''(r, c_1(s))))$$

empreintes trouvées dans les déclarations. Chacune d'elle est placée sous la dépendance du symbole empreinte simple.

3.3.4.4 Vérification de la condition des déclarations d'opérations

Deux déclarations d'opérations ont leurs empreintes légèrement liées, si leurs opérands virtuels (dyadiques ou monadiques) sont légèrement liés.

Deux opérands virtuels dyadiques sont légèrement liés, si leurs deux opérands gauches sont de modes légèrement liés, et si leurs deux opérands droits sont légèrement liés.

Deux opérands virtuels monadiques sont légèrement liés, si leurs modes sont légèrement liés.

Deux modes sont légèrement liés :

- s'ils sont liés (cf 3.3.5.11)

- si par transformation ferme (cf 3.3.6.1) ils peuvent devenir rangée de modes légèrement liés.

Définition de la fonction 0

$$0(\Lambda, s) = \Lambda$$

$$0(r_1 + r_2, s) = 0(r_1, s) + 0(r_2, s)$$

$$0(A \times r, s) = 0(r, s) \text{ sauf}$$

A = déclaration d'identité, paramètre formel, déclaration

$$0(A \times r, s) = \text{si } c_2(r) = s \text{ alors } c_1(r) \text{ sinon } \Lambda$$

Définition de la fonction 0'

$$0'(\Lambda, s) = \Lambda$$

$$0'(r_1 + r_2, s) = 0'(r_1, s)$$

$$0'(A \times r, s) = 0'(r, s) \text{ sauf}$$

A = empreinte dyadique

$$0'(A \times r, s) = \text{si } d_2(r) = s \text{ alors } \text{empreinte double} \times (c_1(r) + c_2(r)) \text{ sinon } \Lambda$$

Définition de la fonction 0''

$$0''(\Lambda, s) = \Lambda$$

$$0''(r_1 + r_2, q) = 0''(r_1, s) + 0''(r_2, s)$$

$$0''(A \times r, s) = 0''(r, s) \text{ sauf}$$

A = empreinte monadique

$$0''(A \times r, s) = \text{si } c_3(r) = s \text{ alors } \text{empreinte simple} \times (c_1(r) + c_2(2)) \text{ sinon } \Lambda$$

3.3.4.4' Définition de la fonction k

$$k(\Lambda) = \Lambda$$

$$k(r + s) = k(s) \text{ et } nll(r, s)$$

$$k(A \times r) = \Lambda$$

Modes non légèrement liés - Fonction nll

$$nll(r, \Lambda) = \Lambda$$

$$nll(r, s_1 + s_2) = nll(r, s_1) + nll(r, s_2)$$

$$nll(r, A \times s) = \text{non lié}(r, A \times s) \text{ sauf}$$

A = empreinte simple

$$nll(r, A \times s) = nll(c_1 b(r), c_1(s))$$

A = empreinte double

$$nll(r, A \times s) = nll(c_1 b(r), c_1(s)) \text{ ou } nll(c_2 b(r), c_2(s))$$

A = ref ou proc

$$nll(r, A \times s) = \text{non lié}(r, A \times s) \text{ et } nll(h(r), h(s))$$

A = row of

$$nll(r, A \times s) = \text{si } \rho(s) = \text{row of et } \rho(r) = \text{row of}$$

alors $nll(b(r), s)$

si $\rho(r) = \text{row of}$ alors non lié($b(r), s$)

Définition de la fonction h

$$h(\Lambda) = \Lambda$$

$$h(r+s) = \Lambda$$

$$h(A \times r) = \Lambda \text{ sauf}$$

A = ref, proc

$$h(A \times r) = \text{si } \rho(r) = \text{row of}$$

alors r sinon h(r).

3.3.5 Vérifications des conditions de contexte locales

Un programme est composé de phrases (les déclarations et les clauses). Pour qu'un programme soit "propre" il faut que ses composantes respectent les règles de contexte globales et locales. A l'exception des trois règles suivantes, toutes les règles globales ont été vérifiées :

Tout identificateur, toute indication de mode, toute opération, toute priorité doivent être déclarés (cf [V.W] 4.4.1.b). Il reste à vérifier ces trois règles ainsi que les règles de contexte locales. Pratiquement nous avons à vérifier que les composantes de chaque phrase sont modes compatibles et que de ces modes on peut déduire le mode de la phrase. Les déclarations et certaines clauses constituent un tout en elles-mêmes et leur mode n'intervient pas dans la constitution des modes de ses plus grandes, nous vérifierons dans ces cas que les règles de contexte sont satisfaites et si elles le sont le résultat de la vérification sera simplement Λ , nous dirons par extension que le mode est Λ .

Ainsi :

- un programme est propre si le résultat des vérifications sur chacune de ses composantes est Λ .
- Une condition est correcte si son mode (celui de sa clause parenthésée) est compatible par contrainte avec le mode bool.

Il existe quatre positions de contrainte : Forte, ferme, faible et molle (cf 3.3.5.). A chacune d'elle correspond une transformation du mode a priori. Une transformation est une succession de modifications élémentaires. Une programme particulier est en position forte.

La position de contrainte d'une clause \mathcal{C} n'est pas toujours connue a priori.

Elle peut :

- a) Ne pas exister, nous dirons alors que la contrainte est nulle et la compatibilité se traduit nécessairement par l'égalité.

3.3.5' Définition de la fonction L

$$L(\Lambda) = \Lambda$$

$$L(r + s) = L(r) + L(s)$$

$$\forall A, L(A \times r) = 0 \text{ si } n(0, L(r)) \neq \Lambda$$

sinon :

$$L(A \times r) = L(r) \text{ sauf}$$

$A = \text{postlude, programme particulier}$

$$L(A \times r) = \text{STRONG}(L(r), \text{void})$$

b) Dépendre d'une clause \mathcal{C}' dont \mathcal{C} est une composante. La contrainte est dite "descendante" et sa position est celle de \mathcal{C}' , dans ce cas particulier le mode a priori sera placé sous la dépendance d'un symbole particulier (ser ou coll) et on dit qu'on a obtenu un mode généralisé.

3.3.5.1 Modes des clauses

a) La position de contrainte d'une clause sérielle ou d'une clause conditionnelle n'est pas connue à l'avance on place les modes de leurs composantes sous la dépendance du symbole ser.

b) Le mode d'un train sériel est celui de sa dernière composante le mode de sa première composante est fortement compatible au mode void sinon c'est une erreur. (cf 3.3.6.2)

c) Si le mode de la composante d'une condition est fortement compatible au mode void, la condition est correcte ; sinon c'est une erreur.

d) La position de contrainte d'une clause collatérale n'est pas connue à l'avance, on place le mode de ses composantes sous la dépendance du symbole coll.

3.3.5.2 Mode des clauses unitaires

a) Le mode d'une assignation est celui de sa partie gauche lorsque les conditions suivantes sont réalisées :

- la transformation par soft (cf 3.3.6.1) du mode de sa partie gauche est possible et produit le mode μ ;
- le mode de sa partie droite est fortement compatible à μ (cf 3.3.6.2) sinon c'est une erreur.

b) Le mode d'une relation de conformité est bool si la condition suivante est réalisée :

- la transformation par soft (cf 3.3.6.1) du mode de sa partie gauche est possible.

c) Le mode d'une relation d'identité est bool si l'une des conditions suivantes est réalisée :

- la transformation par soft (cf 3.3.6.1) du mode de sa partie gauche est possible et le mode de sa partie droite est fortement compatible (cf 3.3.6.2) au mode de sa partie gauche.

3.3.5.1' a) A = clause sérielle, clause conditionnelle
 $L(A \times r) = \underline{\text{ser}} \times L(r)$

b) A = train sériel
 $L(A \times r) = \text{si STRONG}(c_1 L(r), \underline{\text{void}}) \text{ alors } d_1 V(r) \text{ sinon } ($

c) A = condition
 $L(A \times r) = \text{STRONG}(L(r), \underline{\text{bool}})$

d) A = clause collatérale
 $L(A \times r) = \underline{\text{coll}} \times L(r)$

3.3.5.2' a) A = assignation
 $L(A \times r) = \text{si STRONG}(c_2 L(r), \text{soft } c_1 L(r)) \text{ alors soft } (c_1 L(r))$
sinon 0

b) A = relation de conformité
 $L(A \times r) = \text{si soft}(c_1 L(r)) \text{ alors } \underline{\text{bool}} \text{ sinon } 0$

c) A = relation d'identité
 $L(A \times r) = \text{si STRONG}(c_2 L(r), \text{soft } c_1 L(r)) \text{ ou STRONG}(c_1 L(r), \text{soft } c_2 L(r)) \text{ alors } \underline{\text{bool}}$
sinon 0

- la transformation par soft du mode de sa partie droite est possible et le mode de sa partie gauche est fortement compatible au mode de sa partie droite.

d) Le mode d'un moule est celui de sa partie gauche si la condition suivante est réalisée :

- le mode de sa partie droite est fortement compatible (cf 3.3.6.2) au mode de sa partie gauche.

3.3.5.3 Mode des tertiaires

a) Le mode d'une formule est celui du résultat de l'opération qu'elle désigne. Un opérateur peut désigner plusieurs opérations (cf 3.3.4.2). Pour déterminer l'opération désignée il faut comparer le (les) mode (s) de l' (des) opérande (s) effectif (s) : $c_{-1} (L(r))$ au (x) mode (s) de l' (des) opérande (s) virtuel (s) des opérations possibles : $d_{-1} L(r)$. La fonction res (cf 3.3.5.7) détermine le mode du résultat.

b) Le mode d'une sélection est le mode du champ désigné par le sélecteur (ou le mode référence à ce mode) si les conditions suivantes sont réalisées (cf 3.3.6.1) :

- la transformation par weak (cf 3.3.6.1) sur le mode du secondaire de la sélection est possible ;
- le sélecteur désigne un champ du secondaire.

La fonction select (cf 3.3.5.8) détermine le mode d'une sélection.

c) Le mode d'un générateur est le mode ref μ , où μ est le mode de son déclarateur effectif.

3.3.5.4 Mode des primaires

a) Soit t une tranche et T l'identificateur de tableau désigné par t ; le mode de t est celui d'un sous-tableau de T (ou le mode référence à ce mode), si les conditions suivantes sont réalisées :

- les indices et zones d'indices sont d'un mode fortement compatible au mode int (cf 3.3.6.2) ;
- la somme des indices et zones d'indices ne dépasse pas le nombre de dimensions du tableau ;
- la transformation par weak (cf 3.3.6.1) sur le mode T est possible

d) A = moule

$$L(A \times r) = \text{si STRONG } (c_2 L(r), c_1 L(r)) \text{ alors } c_1 L(r) \text{ sinon } 0$$

3.3.5.3' a) A = formule

$$L(A \times r) = \text{res } (c_{-1} L(r), d_{-1} L(r))$$

A = opérande

$$L(A \times r) = A \times L(r)$$

b) A = sélection

$$L(A \times r) = \text{select } (c_1 L(r), \text{weak } d_1 L(r))$$

A = sélecteur

$$L(A \times r) = A \times r$$

A = champ formel, champ effectif, champ virtuel

$$L(A \times r) = A \times L(r)$$

c) A = générateur

$$L(A \times r) = \text{ref } \times L(r)$$

3.3.5.4' a) A = tranche

$$L(A \times r) = \text{rg } (d_1 L(r), \text{weak } c_1 L(r))$$

A = liste de sections

$$L(A \times r) = \text{si } c_1 L(r) = \text{row of } 1 \text{ alors } \text{row of } 1 \times d_1 L(r) \text{ sinon } \text{row of } \times d_1 L(r)$$

A = indice

$$L(A \times r) = \text{si STRONG } (L(r), \text{int}) \text{ alors } \text{row of} \text{ sinon } 0$$

A = zones d'indices

$$L(A \times r) = \text{si STRONG } (\text{ser} \times L(r), \text{int}) \text{ alors } \text{row of } 1 \text{ sinon } 0$$

A chaque indice on fait correspondre le symbole row of et à chaque zone d'indice le symbole row of 1, la fonction rg effectue la vérification de ces conditions et détermine le mode d'une tranche.

b) Le mode d'un appel est celui du résultat de la procédure qu'elle désigne si les conditions suivantes sont réalisées :

- les modes des paramètres effectifs sont respectivement fortement compatibles aux modes des paramètres formels (cf 3.3.6.2) ;
- la transformation par firm (cf 3.3.6.1) du mode du primaire est possible (le primaire désigne une procédure avec paramètres).

Sinon il y a erreur.

c) Le mode d'un moule vide est Λ si le mode de sa clause unitaire est fortement compatible au mode void (cf 3.3.6.2).

3.3.5.5 Mode des dénотations

a) Les dénотations numériques peuvent être représentées en longueur simple, double, triple...

- Le mode d'un entier (réel) en simple longueur est int (réel).

- Soit un entier (réel) de longueur i, notons μ son mode, alors le mode d'un entier (réel) de longueur i+1 est $\text{long} \times \mu = \text{long}^i \times \text{int} (\text{long}^i \times \text{real})$

b) Le mode d'une dénотation booléenne est bool

c) Le mode d'une dénотation de caractère est char

d) Comme les dénотations numériques, les dénотations de bits peuvent être représentées en longueur simple, double, triple..., le mode d'une rangée de bit est bits.

Soit une dénотation de bits de longueur i dont le mode est μ , alors la dénотation de bits de longueur i+1 a pour mode $\text{long} \times \mu = \text{long}^i \times \text{bits}$.

e) Une chaîne est une rangée de caractères elle est du mode row of \times char.

b) A = appel

$L(A \times r) = \text{si STRONG} (\text{coll} \times d_1 L(r), c_1 \text{ firm } c_1 L(r))$
alors $c_2 \text{ firm } c_1 L(r)$ sinon 0

A = paramètres virtuels

$L(A \times r) = \text{struct} \times L(r)$

A = empreinte double, empreinte simple

$L(A \times r) = A \times L(r)$

c) A = moule vide

$L(A \times r) = \text{si STRONG} (L(r), \text{void})$ alors void sinon 0

3.3.5.5' a) A = entier

$L(A \times r) = \text{int}$

A = réel

$L(A \times r) = \text{real}$

A = dénотation numérique

$L(A \times r) = \text{si } c_1(r) = \text{long}$ alors $\text{long} \times d_1 L(r)$ sinon $L(r)$

A = int, real, long, bool, char, bits, row of, ref, struct
proc, procl

$L(A \times r) = A \times r$

b) A = true, false

$L(A \times r) = \text{bool}$

c) A = dénотation de caractères

$L(A \times r) = \text{char}$

d) A = dénотation de bits

$L(A \times r) = \text{si } c_1 L(r) = \text{long}$ alors $\text{long} \times d_1 L(r)$ sinon $L(r)$

A = rangée de bits

$L(A \times r) = \text{bits}$

e) A = dénотation de chaîne

$L(A \times r) = \text{row of} \times \text{char}$

3.3.5.6 Vérification sur les déclarations

a) La fonction de transport de déclarations a remplacé tout identificateur et toute indication de mode par leur mode, et a associé à chaque opérateur les empreintes des opérations qu'il représente. S'il existe encore, des identificateurs et des indications de modes ou s'il existe des opérateurs sans empreintes d'opération, c'est une erreur.

S'il existe des opérateurs dyadiques (op 2) sans priorité, c'est une erreur.

b) Une déclaration d'identité est correcte si la condition suivante est réalisée :

- le mode de la clause unitaire est fortement compatible au mode du déclarateur formel (cf 3.3.6.2).

c) Une déclaration d'opération est correcte si la condition suivante est réalisée :

- le mode de sa clause unitaire est égal au mode de son empreinte (cf 3.3.6.3).

d) Le mode d'un déclarateur d'union est l'union des modes de ses composantes si la condition suivante est réalisée :

- un mode union de plusieurs modes ne peut contenir deux modes liés (3.3.5.10).

e) Une borne de tableau est correcte si son mode est fortement compatible au mode int (cf 3.3.6.2).

3.3.5.7 Mode d'une formule

À chaque opérateur on a associé les empreintes des opérations qu'il peut désigner (cf 3.3.4.2), l'opération désignée effectivement est celle dont la déclaration est contenue dans la plus petite région contenant la formule, et dans laquelle l'empreinte vérifie la condition suivante :

- le (les) mode (s) de l' (des) opérande (s) effectif (s) de la formule est (sont respectivement) fermement compatible (s) au (x) mode (s) de l' (des) opérande (s) virtuel (s) de l'empreinte.

Le mode de la formule est le mode du résultat de la déclaration trouvée.

La fonction res recherche ce résultat.

3.3.5.6' a) A = identificateur, indication de mode

$$L(A \times r) = 0$$

A = opérateur monadique

$$L(A \times r) = \text{si } d_1 L(r) = \Lambda \text{ alors } 0 \text{ sinon } d_1 L(r)$$

A = op 2

$$L(A \times r) = \text{si } d_3(r) = \Lambda \text{ alors } 0 \text{ sinon } d_3 L(r)$$

A = empreinte double, empreinte simple

$$L(A \times r) = A \times L(r)$$

b) A = déclaration d'identité

$$L(A \times r) \text{ STRONG } (c_3 L(r), c_2 L(r))$$

c) A = déclaration d'opération

$$L(A \times r) = \text{eq } (b c_1 L(r), d_1 L(r))$$

d) A = union

$$L(A \times r) = \text{si non } L(L(r)) = \Lambda \text{ alors } L(r) \text{ sinon } 0$$

e) A = borne de tableau

$$L(A \times r) = \text{STRONG } (L(r), \text{int})$$

Définition de la fonction res

$$\text{res}(r, \Lambda) = 0$$

$$\text{res}(r, s_1 + s_2) = \text{si } \text{res}(r, s_1) \neq \Lambda \text{ alors } \text{res}(r, s_1) \\ \text{sinon } \text{res}(r, s_2)$$

$$\text{res}(r, A \times s) = \text{res}(r, s) \text{ sauf}$$

A = empreinte double

$$\text{res}(r, A \times s) = \text{si FIRM } (c_1(r), c_1(s))$$

$$\text{et FIRM } (c_2(r), c_2(s)) \text{ alors } c_3(s)$$

sinon Λ

A = empreinte simple

$$\text{res}(r, A \times s) = \text{si FIRM } (c_1(r), c_1(s)) \text{ alors } c_2(s) \quad \text{sinon } \Lambda$$

3.3.5.8 Mode d'une sélection

Soit x_0 le sélecteur de la sélection.

Soit y_0 le secondaire.

Pour que la sélection soit possible il faut que le mode de y_0 puisse être transformé par weak (cf 3.3.5) en un mode μ'_0 avec :

$\mu'_0 = \text{struct} (\dots, \mu_i x_i, \dots)$ ou $\mu'_0 = \text{ref struct} (\dots, \mu_i x_i, \dots)$ et x_i sélecteur de mode μ_i .

S'il existe i tel que $x_0 = x_i$ alors le mode de la sélection est μ_i (ref μ_i).

3.3.5.9 Mode d'une tranche

Soit μ_0 le mode du primaire d'une tranche. Une condition de contexte sur ce mode μ est qu'il puisse être transformé par weak (cf 3.3.5) en un mode $\mu'_0 = \text{row of}^n \mu$ (ref row ofⁿ μ).

Soit n_1 le nombre d'indices de la tranche,

n_2 le nombre de zones d'indices de la tranche,

alors si $n_1 + n_2 > n$ c'est une erreur

si $n_1 + n_2 \leq n$ alors le mode de la tranche est row of^{n-n₁} μ (ref row of^{n-n₁} μ) ; en particulier si $n_1 = n$ et $n_2 = 0$ le mot est μ (ref μ).

La fonction rg effectue les vérifications sur μ_0 et calcule le mode de la tranche.

3.3.5.10 Vérification sur les déclareurs d'union

Deux modes μ_1, μ_2 sont dits liés s'il existe un mode μ' tel que $\text{FIRM} (\mu', \mu_1) = \text{FIRM} (\mu', \mu_2) = \Lambda$.

Un déclareur d'union ne peut contenir deux modes liés.

Pour vérifier cette condition, on opère de la façon suivante :

Etant donnés $n-1$ modes μ_2, \dots, μ_{n-1} liés et un mode μ_1 .

$\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$ sont non liés si

μ_1 n'est lié à aucun des $\mu_i \quad i = 2, n$.

3.3.5.8'

Définition de la fonction select

$\text{select} (r, \Lambda) = 0$

$\text{select} (r, s_1 + s_2) = \text{select} (r, s_1) + \text{select} (r, s_2)$

$\text{select} (r, A \times s) = \text{si } A = \text{ref} \text{ alors } A \times \text{select} (r, s)$

si $A = \text{struct}$ alors $\text{select} (r, s)$

si $A = \text{champ formel}$
champ effectif
champ virtuel

alors si $r = c_2 (s)$ alors $c_1 (s)$

sinon 0.

3.3.5.9'

Définition de la fonction rg

$\text{rg} (r, \Lambda) = 0$

$\text{rg} (r, s_1 + s_2) = 0$

$\text{rg} (r, A \times s) = \text{ranger} (r, A \times s)$ sauf

$A = \text{ref}$

$\text{rg} (r, A \times s) = \text{ref} \text{ ranger} (r, s)$

Définition de la fonction ranger

$\text{ranger} (\Lambda, s) = s$

$\text{ranger} (r_1 + r_2, s) = 0$

$\text{ranger} (A \times r, s) = 0$ sauf

$A = \text{row of l}$

$\text{ranger} (A \times r, s) = \text{si } \rho (s) = \text{row of} \text{ alors } \text{row of} \times \text{ranger} (r, b(s))$
sinon 0

$A = \text{row of}$

$\text{ranger} (A \times r, s) = \text{si } \rho (s) = \text{row of} \text{ alors } \text{ranger} (r, b(s))$
sinon 0

3.3.5.10'

Définition de la fonction nonL

$\text{nonL} (\Lambda) = \Lambda$

$\text{nonL} (r+s) = \text{nL} (r, s) \text{ et } \text{nonL} (s)$

$\text{nonL} (A \times r) = \Lambda$

Définition de la fonction nL

$\text{nL} (r, \Lambda) = \Lambda$

$\text{nL} (r, s_1 + s_2) = \text{nL} (r, s_1) \text{ et } \text{nL} (r, s_2)$

$\text{nL} (r, A \times s) = \text{non} \text{ lié } (r, A \times s)$.

3. 3. 5. 11 Modes liés

Deux modes μ_1 et μ_2 sont liés s'il existe μ tel que

$$\text{FIRM} (\mu, \mu_1) = \text{FIRM} (\mu, \mu_2) = \Lambda$$

ou encore :

$$\begin{aligned} \mu &= (\text{proc}, \text{ref})^{n_1} \mu'_1 = (\text{proc}, \text{ref})^{n_2} \mu'_2 \text{ et} \\ \mu_1 &= (\text{proc}, \text{union})^{m_1} \mu'_1 \text{ et } \mu_2 = (\text{proc}, \text{union})^{m_2} \mu'_2 \end{aligned}$$

On peut toujours supposer que μ'_1 ne commence pas par proc si $\mu'_1 = \text{proc}$ μ''_1 on remplace alors μ'_1 par μ''_1 , n_1 par $n_1 + 1$, et m_1 par $m_1 + 1$; de même pour μ'_2 .

Supposons $n_1 > n_2$ on obtient alors :

$$\mu_1 = (\text{proc}, \text{union})^{m_1} \mu'_1 \text{ et } \mu'_2 = \text{ref} (\text{proc}, \text{ref})^{n_1 - n_2 - 1} \mu'_1$$

On en déduit que :

$$\text{FIRM} (\mu'_2, \mu_1) = \Lambda$$

μ'_2 commence par ref

$$\mu_2 = (\text{proc}, \text{union})^{m_2} \text{ref} (\text{proc}, \text{ref})^{n_1 - n_2 - 1} \mu'_1$$

Réciproquement si $n_2 > n_1$ on obtient :

$$\text{FIRM} (\mu'_1, \mu_2) = \Lambda$$

μ'_1 commence par ref

$$\mu_1 = (\text{proc}, \text{union})^{m_1} \text{ref} (\text{proc}, \text{ref})^{n_2 - n_1 - 1} \mu'_2$$

Si $n_1 = n_2$ alors $\mu'_1 = \mu'_2$

$$\mu_1 = (\text{proc}, \text{union})^{m_1} \mu'_1 = (\text{proc}, \text{union})^{k_1} \mu''_1$$

$$\mu_2 = (\text{proc}, \text{union})^{m_2} \mu'_1 = (\text{proc}, \text{union})^{k_1} \mu''_1$$

où μ''_1 ne commence ni par proc ni par union

$$\text{et } \text{FIRM} (\mu''_1, \mu_2) = \Lambda \quad \text{FIRM} (\mu''_1, \mu_1) = \Lambda$$

Soit deb l'application qui à tout mode μ fait correspondre le mode μ'

tel que :

$$\mu = (\text{proc}, \text{union})^n \mu'$$

μ' ne commence ni par proc, ni par union, alors on obtient :

$$\mu_1 \text{ et } \mu_2 \text{ liés} \Leftrightarrow \text{FIRM} (\text{deb} (\mu_2), \mu_1) \text{ ou } \text{FIRM} (\text{deb} (\mu_1), \mu_2)$$

Définition de la fonction lié

$$\text{lié} (r, s) = \text{FIRM} (\text{deb} (r), s) \text{ ou } \text{FIRM} (\text{deb} (s), r).$$

Définition de la fonction deb

$$\text{deb} (A \times r) = A \times r \text{ sauf}$$

$$A = \text{proc}, \text{union}$$

$$\text{deb} (A \times r) = \text{deb} (r).$$

3.3.6 Transformations de mode - Egalité de mode

En général, dans une clause, les modes des différentes composantes doivent être homogènes, ou encore compatibles entre eux; dans certain cas ils ne sont pas à priori égaux et pour exprimer cette compatibilité il est nécessaire de préciser des moyens de reconnaissance : les transformations par contrainte. Il existe quatre positions de contraintes : forte - ferme - faible - molle.

Une transformation est un enchaînement de modifications élémentaires : (cf [A. W.] 8.2.0.1)

- de reperer
- de procéder
- de procéder
- unir
- élargir
- mettre en rang
- hisser
- neutraliser

La transformation d'un mode c'est-à-dire la suite de modifications utilisées dépend :

- de la position de contrainte
- du mode à priori.

Dans certains cas la transformation dépend aussi du mode à posteriori.

Nous allons distinguer deux sortes de transformations :

- les transformations simples,
- les transformations avec vérification de compatibilité.

3.3.6.1 Transformations simples

Il y a trois transformations simples : soft, weak, firm. Elles ont pour but de modifier les modes en les rendant plus simple ; par exemple la transformation soft remplace les modes de procédures sans paramètre par le mode de leur résultat .

En particulier elles remplacent les modes généralisés de racine ser par un mode déduit de ceux de leurs composantes. Soit μ un mode généralisé et $\{\mu_i\}_{i=1, n}$ la famille des modes de ses composantes. Alors le mode déduit de μ est le mode μ' tel que :

- la transformation simple considérée (soft, weak, firm) transforme un des modes μ_i en μ'

- tous les modes μ_j pour $j = 1, n$ sont fortement compatibles au mode μ' .

a) Transformation soft

La transformation soft est un enchaînement de la seule modification "de procéder". Elle a pour but de remplacer le mode d'une procédure sans paramètre par le mode de son résultat ; elle vérifie que le mode obtenu est celui d'une référence à un mode μ .

Cette transformation intervient par exemple, dans les assignations le mode transformé d'une destination (cf [V. W.] 8.3.1.1.b) doit être d'un mode référence à μ .

b) Transformation weak

La transformation weak est un enchaînement des modifications élémentaires : "de procéder" et "de reperer". Elle permet de supprimer les racines ref et proc des modes en n'effectuant pas la dernière modification si celle-ci doit être de reperer.

Elle vérifie que le mode résultat est celui d'une structure ou d'un tableau.

c) Transformation firm

La transformation firm est un enchaînement des modifications élémentaires : "de procéder" et "de reperer". Elle permet de supprimer les racines ref et proc de modes en vérifiant que le mode restitué est celui d'une procédure avec paramètres (proc1) (cf 3.3.1.4-f).

3.3.6.1'

Définition de la fonction soft

- a) $\text{soft}(\Lambda) = 0$
 $\text{soft}(r+s) = \text{si STRONG}(s, \text{soft}(r)) \text{ alors } \text{soft}(r)$
 sinon si STRONG(r, soft(s)) alors soft(s)
 sinon 0
 $\text{soft}(A \times r) = 0$ sauf
 A = proc, ser
 $\text{soft}(A \times r) = \text{soft}(r)$
 A = ref
 $\text{soft}(A \times r) = A \times r$.

Définition de la fonction weak

- b) $\text{weak}(\Lambda) = 0$
 $\text{weak}(r+s) = \text{si STRONG}(s, \text{weak}(r)) \text{ alors } \text{weak}(r)$
 sinon si STRONG(r, weak(s)) alors weak(s)
 $\text{weak}(A \times r) = 0$ sauf
 A = proc, ser
 $\text{weak}(A \times r) = \text{weak}(r)$
 A = ref
 $\text{weak}(A \times r) = \text{si } \rho(r) = \text{ref ou proc alors } \text{weak}(r)$
 sinon si $\rho(r) = \text{struct ou row of alors } A \times r$
 A = struct, row of
 $\text{weak}(A \times r) = A \times r$.

Définition de la fonction firm

- c) $\text{firm}(\Lambda) = 0$
 $\text{firm}(r+s) = \text{si STRONG}(s, \text{firm}(r)) \text{ alors } \text{firm}(r)$
 sinon si STRONG(r, firm(s)) alors firm(s)
 sinon 0
 $\text{firm}(A \times r) = 0$ sauf
 A = proc, ref, ser
 $\text{firm}(A \times r) = \text{firm}(r)$
 A = proc 1
 $\text{firm}(A \times r) = A \times r$.

3.3.6.2 Transformations compatibles

Cette catégorie de transformations a pour but de vérifier qu'un mode a priori peut être transformé en un mode à posteriori : étant donné un mode initial et un mode final il faut rechercher s'il existe une succession de modifications transformant le premier en le second. Il existe deux transformations : relatives aux deux positions de contraintes :

- ferme - fonction FIRM
- forte - fonction STRONG.

Si la transformation ferme (forte) existe le mode a priori est dit fermement (fortement) compatible au mode a posteriori.

a) Compatibilité ferme - Fonction FIRM

La transformation de compatibilité ferme est un enchaînement des modifications élémentaires : "de procéder", "de reperer", "procéder", "unir". Elle est utilisée pour vérifier la validité du mode des opérandes d'une formule (cf 3.3.5.3).

Le mode a priori peut être un mode généralisé :

- si c'est un mode généralisé sériel de modes μ_1, \dots, μ_n , alors il doit exister un mode μ_i fermement compatible au mode a posteriori, et tous les μ_j , $j = 1, n$ doivent être fortement compatibles au mode à posteriori (cf [V. W.] 6.1.1-g).
- Si c'est un mode généralisé collatéral de modes μ_1, \dots, μ_n alors le mode a posteriori doit être un mode row of $\times \mu$, il doit exister μ_i fermement compatible à μ et tous les μ_j , $j = 1, n$ doivent être fortement compatibles à μ (cf [V. W.] 6.1.2-e).

La vérification est effectuée de la façon suivante :

- a) on effectue les vérifications sur les modes généralisés (fonction FIRM).
- b) En "de procédurant" et "de reperant" le mode a priori (fonction f_i) et en "desunissant" et "de procédurant" le mode a posteriori (fonction f) on vérifie que la transformation existe.

Définition de la fonction FIRM

$$\text{FIRM} (\Lambda, s) = 0$$

$$\text{FIRM} (r_1 + r_2, s) = \text{FIRM} (r_1, s) \text{ ou } \text{FIRM} (r_2, s)$$

$$\text{FIRM} (A \times r, s) = f_i (A \times r, s) \text{ sauf}$$

$$A = \text{ser}$$

$$\text{FIRM} (A \times r, s) = \text{FIRM} (r, s) \text{ et } \text{STRONG} (r, s)$$

$$A = \text{coll}$$

$$\text{FIRM} (A \times r, s) = \text{si } \rho (s) = \text{row of} \text{ alors}$$

$$\text{FIRM} (r, b (s)) \text{ et } \text{STRONG} (r, b (s)).$$

Définition de la fonction f_i

$$f_i (\Lambda, s) = 0$$

$$f_i (r_1 + r_2, s) = 0$$

$$f_i (A \times r, s) = \text{eq} (A \times r, s)$$

$$\text{ou si } A = \text{proc} \text{ ou } \text{ref}$$

$$\text{alors } f_i (r, s) \text{ ou } f (A \times r, s)$$

$$\text{sinon } 0$$

Définition de la fonction f

$$f (r, \Lambda) = 0$$

$$f (r, s_1 + s_2) = (r, s_1) \text{ ou } (r, s_2)$$

$$f (r, A \times s) = \text{eq} (r, A \times s)$$

$$\text{ou si } A = \text{proc} \text{ ou } \text{union}$$

$$\text{alors } f (r, s)$$

b) Compatibilité forte - Fonction STRONG

La transformation de compatibilité forte est un enchaînement de toutes les modifications élémentaires.

Le mode à priori peut être un mode généralisé.

- a) Si c'est un mode généralisé seriel, ses modes composantes doivent être fortement compatibles au mode à posteriori (cf [V. W.] 6.1.1-f),
- b) Si c'est un mode généralisé collatéral, le mode à posteriori doit être soit un mode row of $\times \mu$, soit struct $(\mu_1 x_1, \dots, \mu_n x_n)$.

- Si le mode à posteriori est row of $\times \mu$ toutes les composantes du mode à priori doivent fortement compatibles à μ (cf [V. W.] 6.2.1-c).

- Si le mode a posteriori est struct $(\mu_1 x_1, \dots, \mu_n x_n)$ le mode généralisé doit être composé de n modes μ'_i et chaque μ'_i doit être fortement compatible à μ_i (cf [V. W.] 6.2.1-f).

La vérification est effectuée de la façon suivante :

- a) on effectue les vérifications sur les modes généralisés (Fonction STRONG)
- b) on vérifie si le mode n'est pas skip ou nil auquel cas il est compatible au mode à posteriori ("hissage").

On vérifie si le mode à posteriori n'est pas void, auquel cas tout mode à priori est compatible ("neutralisation") (fonction strong).

- c) En "de procédurant" et "de reperant" (fonction str), ou en "élargissant" (fonction w_i) le mode a priori et en "de procédurant", "desunissant" et "mettant en rang" le mode à posteriori (fonction st), on vérifie que la transformation existe.

Définition de la fonction STRONG

$$\text{STRONG} (\Lambda, s) = \Lambda$$

$$\text{STRONG} (r_1 + r_2, s) = \text{STRONG} (r_1, s) \text{ et } \text{STRONG} (r_2, s)$$

$$\text{STRONG} (A \times r, s) = \text{strong} (A \times r, s) \text{ sauf}$$

$$A = \text{ser}$$

$$\text{STRONG} (A \times r, s) = \text{STRONG} (r, s)$$

$$A = \text{coll}$$

$$\text{STRONG} (A \times r, s) = \text{si } \rho (s) = \text{row of} \text{ alors } \text{STRONG} (r, b (s))$$

$$\text{si } \rho (s) = \text{struct} \text{ alors } \text{STR} (r, b (r)).$$

Définition de la fonction STR

$$\text{STR} (\Lambda, s) = 0$$

$$\text{STR} (r_1 + r_2, s) = \text{STR} (r_1, c_1 (s)) \text{ et } \text{STR} (r_2, d_1 (s))$$

$$\text{STR} (A \times r, s) = \text{STRONG} (A \times r, c'_1 (s))$$

Définition de la fonction strong

$$\text{strong} (\Lambda, s) = \Lambda$$

$$\text{strong} (r_1 + r_2, s) = 0$$

$$\text{strong} (A \times r, s) = \text{si } A = \text{hip, skip ou } s \neq \text{void} \text{ alors } \Lambda$$

$$\text{sinon } \text{str} (A \times r, s).$$

Définition de la fonction str

$$\text{str} (\Lambda, s) = 0$$

$$\text{str} (r_1 + r_2, s) = 0$$

$$\text{str} (A \times r, s) = \text{st} (A \times r, s) \text{ sauf}$$

$$A = \text{ref} \text{ ou } \text{proc}$$

$$\text{str} (A \times r, s) = \text{st} (A \times r, s) \text{ ou } \text{str} (r, s).$$

Définition de la fonction st

$st(r, \Lambda) = 0$
 $st(r, s_1 + s_2) = 0$
 $st(r, A \times s) = w_i(r, A \times s)$ sauf
 A = proc
 $st(r, A \times s) = st(r, s)$ ou $w_i(r, A \times s)$
 A = union
 $st(r, A \times s) = f(r, A \times s)$ ou $w_i(r, A \times s)$
 A = row of
 $st(r, A \times s) = st(r, s)$ ou $w_i(r, A \times s)$ ou $r = \Lambda$
 A = ref
 $st(r, A \times s) = si \rho(r) = \text{ref}$ alors $st(b(r), s)$ ou $w_i(r, A \times s)$

Définition de la fonction w_i

$w_i(r, s) = eq(r, s)$
 ou $r = \text{int}$ et $s = \text{real, compl}$
 ou $r = \text{real}$ et $s = \text{compl}$
 ou $\rho(r) = \text{long}$ et $\rho(s) = \text{long}$ et $w_i(b(r), b(s))$
 ou $r = \text{bits}$ et $s = \text{row of} \times \text{bool}$
 ou $r = \text{bytes}$ et $s = \text{row of} \times \text{char}$.

3.3.6.3 Egalité de deux modes - Fonction eq

Deux modes non unis sont égaux s'ils sont représentés par la même ramification.

Deux modes unis μ_1 et μ_2 sont égaux si l'ensemble des composantes de μ_1 est égal à l'ensemble des composantes de μ_2 .

Définition de la fonction eq

$eq(\Lambda, s) = 0$
 $eq(r_1 + r_2, s) = eq(r_1, c_1(s))$ et $eq(r_2, d_1(s))$
 $eq(A \times r, s) = si A = \rho(s)$ alors $eq(r, b(s))$
 ou si A = union et $\rho(s) = \text{union}$
 alors $eq(r, b(s))$ et $eq(b(l), r)$
 sinon 0

Définition de la fonction eg

$eg(\Lambda, s) = 0$
 $eg(r_1 + r_2, s) = eg(r_1, s)$ et $eg(r_2, s)$
 $eg(A \times r, s) = si s \neq \Lambda$ alors
 $eq(A \times r, c_1(s))$ ou $eg(A \times r, d_1(s))$
 sinon 0.

CONCLUSION

L'étude précédente pourrait être prolongée de diverses manières.

Nous avons donné une définition complètement formelle de langages de programmation reposant sur la notion de fonction récursive de ramifications. En réalité, cette notion aurait besoin d'être précisée : nous avons défini au chapitre 1 celle de fonction récursive primitive, mais nous avons utilisé certaines fonctions qui ne sont pas définies comme telles; on peut montrer [QUERE] que certaines d'entre-elles sont bien récursives primitives, mais d'autres ne le sont sans doute pas.

Au contraire de ce qui est fait habituellement, nous définissons un langage par un algorithme de reconnaissance. L'avantage est qu'on est certain de ne définir ainsi que des langages récursifs. Il serait cependant intéressant de comparer ce type de "grammaires" à des "grammaires génératives", notamment la grammaire proposée pour Algol 68 à celle de Van Wijngaarden ;

Les grammaires du type de celle de Van Wijngaarden permettent d'engendrer tout langage récursivement énumérable [SINTZOFF] :

- comment démontrer qu'une grammaire de notre type engendre le même langage qu'une grammaire de Van Wijngaarden ?
- peut-il y avoir un passage automatique de l'une à l'autre ?
- quelles sont les grammaires de Van Wijngaarden qui sont équivalentes à une grammaire de notre type ?

Une telle définition des langages permet une reconnaissance automatique. Pour permettre son implémentation, il est indispensable de disposer facilement des ramifications et des fonctions récursives sur elles ; on peut pour cela avoir recours à des langages tels que LISP. Une étude est en cours pour définir de tels langages.

La définition donnée pour Algol 60 ou Algol 68 conduirait à une inefficacité certaine de la reconnaissance. Cette inefficacité est essentiellement due à la forme des fonctions de transport utilisées. Il faudrait définir une fonction générale de transport, qui serait traduite en utilisant comme à l'habitude des tables et des fonctions de recherche dans ces tables.

REFERENCES

- BACKUS J. W. Report on the algorithmic language Algol 60
Numerische Mathematik 2 (1960) p. 106-136
- GROSS M - LENTIN A. Notions sur les grammaires formelles
Gauthier-Villars Paris (1967)
- MAROLDT J. Thèse de spécialité à paraître.
Faculté des Sciences de Nancy.
- NAUR P. Revised report on the Algorithmic language ALGOL 60
COMMUN (ACM Juin 1963).
- PAIR C. Sur des notions algébriques liées à l'analyse syntaxique.
Exposé fait au Centre d'Automatique de l'Ecole
des Mines - Fontainebleau (mars 1969).
- PAIR C. - QUERE A. Definition et étude des bilangages réguliers.
Information and Control 13, 565 - 593 (1968).
- QUERE A. Etude des ramifications et des bilangages.
Thèse de spécialité - Faculté des Sciences de
Nancy (Juillet 1969).
- SINTZOFF M. Existence of a VAN WIJNGAARDEN syntax for every
recursively enumerable set.
Ann. SCC. SCIENTIF. de Bruxelles 81, II : 115 - 118 (1967)
- VAN WIJNGAARDEN A. - MAILLOUX B. J. - PECK J. E. L. - KOSTER C. H. A.
Report on the algorithmic language Algol 68.
Amsterdam - MR 101 - (Février 1969).

NOM DE L'ETUDIANT : LECLAIRE J. Marie

Nature de la thèse : Doctorat de Spécialité en Mathématiques Appliquées

Vu, Approuvé

et Permis d'imprimer

NANCY, le 18 Avril 1970

Le Doyen,



J. AUBRY