

UNIVERSITE DE NANCY I

U.E.R. DE MATHEMATIQUES

Sc. N. 75 / 129 A

analyse de la gestion
d'une entreprise de fabrication,
affectation du personnel
aux opérations de montage



THESE

pour l'obtention
du doctorat de spécialité
mathématiques appliquées
(informatique)

soutenue le 14 mars 1975

par

jean-paul gelin

jury :

Président	M.	J.	LEGRAS
Examineurs	Mme	C.	ROLLAND
	M.	J.C.	DERNIAME
	M.	G.	TISSIER

UNIVERSITE DE NANCY I

U.E.R. DE MATHEMATIQUES

analyse de la gestion
d'une entreprise de fabrication,
affectation du personnel
aux opérations de montage



THÈSE

pour l'obtention
du doctorat de spécialité
mathématiques appliquées
(informatique)

soutenue le 14 mars 1975

par

jean-paul gelin

jury :

Président	M.	J.	LEGRAS
Examineurs	Mme	C.	ROLLAND
	M.	J.C.	DERNIAME
	M.	G.	TISSIER

A ma femme

A mes parents

Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance à Monsieur le Professeur LEGRAS, pour tous les conseils qu'il m'a prodigués dans la direction de ce travail ainsi que pour les connaissances que j'ai acquises au cours de ses enseignements.

Je remercie également Madame ROLLAND et Monsieur DERNIAME pour la formation qu'ils m'ont donnée et pour l'honneur qu'ils me font en participant au Jury.

Mes remerciements vont également à Monsieur TISSIER, Chef du Département Informatique de l'IUT, qui a accepté de participer au Jury.

Je tiens enfin à remercier, Mesdames WALLIAN, DUCLOY et Mlle LE MARECHAL pour le soin qu'elles ont apporté dans la réalisation matérielle de cette thèse.

SOMMAIRE

INTRODUCTION

<u>PREMIERE PARTIE</u>	<i>Conception d'un nouveau système</i>	
Chapitre I	<i>Etude de l'existant</i>	
I.1	<i>Présentation de l'entreprise</i>	I-1
I.2	<i>Analyse de l'existant</i>	I-4
I.2.1	<i>Généralités</i>	I-4
I.2.2	<i>Réception des commandes</i>	I-4
I.2.3	<i>Phase de fabrication</i>	I-10
I.2.4	<i>Répartition des pièces fabriquées</i>	I-14
I.2.5	<i>Expédition</i>	I-15
I.2.6	<i>Facturation</i>	I-15
I.2.7	<i>Approvisionnements et Gestion des stocks de matières premières</i>	I-16
I.2.8	<i>Résumé du rôle des différentes fiches</i>	I-19
I.2.9	<i>Circulation des informations au sein de l'entreprise</i>	I-20
Chapitre II	<i>Critique de l'existant et étude préalable</i>	
	<i>Introduction</i>	II-1
II.1	<i>Etude critique de l'existant</i>	II-2
II.1.1	<i>Généralités</i>	II-2
II.1.2	<i>Insuffisance des moyens</i>	II-3
II.1.3	<i>Insuffisance des objectifs</i>	II-4
II.2	<i>Etude préalable</i>	II-6
II.2.1	<i>Détermination des objectifs du nouveau système</i>	II-6
II.2.2	<i>Elaboration d'un schéma directeur</i>	II-7
II.2.3	<i>Evaluation du nouveau système</i>	II-9

Chapitre III	<i>Conception du nouveau système</i>	
III.1	<i>Introduction</i>	III-1
III.2	<i>Organisation des informations d'entrée en fichiers</i>	III-1
III.2.1	<i>Détermination des entrées à partir des sorties</i>	III-1
III.2.2	<i>Détermination de l'organisation fonctionnelle des fichiers</i>	III-3
III.3	<i>Détermination de l'organisation fonctionnelle des traitements</i>	III-9
III.3.1	<i>Découpage en sous-système</i>	III-9
III.3.2	<i>Etude de l'organisation fonctionnelle des traitements au niveau du sous-système</i>	III-11

DEUXIEME PARTIE

	<i>Affectation du personnel de qualifications multiples aux opérations de montage</i>	
	<i>Introduction</i>	
Chapitre IV	<i>Présentation et formulation du problème d'affectation du personnel de qualifications multiples</i>	
	<i>Introduction</i>	IV-1
IV.1	<i>Définition du problème</i>	IV-1
IV.1.1	<i>La gamme de fabrication</i>	IV-1
IV.1.2	<i>Le personnel à affecter</i>	IV-2
IV.1.3	<i>Circuit de transformation de la matière première</i>	IV-3
IV.1.4	<i>Enoncé du problème posé par l'affectation du personnel</i>	IV-6
IV.2	<i>Formulation du problème posé</i>	IV-7
IV.2.1	<i>Représentation du problème en utilisant un tableau</i>	IV-7
IV.2.2	<i>Formulation mathématique du problème</i>	IV-8

Chapitre V	<i>Résolution du problème d'affectation du personnel de qualifications multiples</i>	
	<i>Introduction</i>	
V.1	<i>Résolution du problème d'affectation</i>	V-1
V.1.1	<i>Recherche de la solution de base</i>	V-1
V.1.2	<i>Recherche d'une solution optimale</i>	V-3
V.2	<i>Etude de convergence et d'obtention de la solution optimale</i>	V-7
V.2.1	<i>Exemple d'illustration de non convergence en un nombre fini d'itérations</i>	V-7
V.2.2	<i>Démonstration d'obtention de la solution optimale à ϵ près en un nombre fini d'itérations</i>	V-9

Chapitre VI	<i>Description du programme d'affectation du personnel de qualifications multiples</i>	
	<i>Introduction</i>	
VI.1	<i>Description de l'algorithme d'affectation</i>	VI-1
VI.1.1	<i>Algorithme de recherche de la solution de base</i>	VI-1
VI.1.2	<i>Algorithme de recherche de la solution optimale approchée</i>	VI-2
VI.2	<i>Programme d'affectation</i>	VI-3
VI.2.1	<i>Texte du programme</i>	VI-3
VI.2.2	<i>Notice d'utilisation du programme</i>	VI-8
VI.3	<i>Traitement d'un exemple d'illustration</i>	VI-11
VI.3.1	<i>Résolution du problème par l'algorithme d'affectation</i>	VI-13
VI.3.2	<i>Résolution du problème par le simplexe</i>	VI-16
	<i>Conclusion</i>	VI-16

Conclusion

Annexes

Bibliographie

INTRODUCTION

Le travail effectué ici se situe dans le cadre de l'automatisation d'une entreprise de confection.

Il aura pour objet l'étude des procédures manuelles en place et la description d'une solution nouvelle.

C'est la description de cette solution qui sera développée plus particulièrement et qui donnera lieu à la description de ce travail en deux parties.

Dans la première, nous allons nous attacher à l'étude du système existant et proposer un système nouveau que l'on décrira dans ses grandes lignes.

Cette description faite suivant les méthodes traditionnelles a donné lieu à la programmation d'une chaîne de traitements actuellement opérationnelle.

Elle sert parallèlement de base à la définition d'un problème important dans un langage de conception interprété directement par l'ordinateur (projet REMORA).

L'objectif fixé est de comparer la chaîne générée à la chaîne produite par des moyens traditionnels.

La deuxième partie quant à elle aura comme objectif d'analyser en détail un des secteurs du système élaboré dans la première concernant l'affectation du personnel aux différentes opérations de montage.

Cette étude a conduit à la mise au point d'un programme qui permet l'affectation du personnel compte tenu des qualifications existantes et qui dans une deuxième phase permet de définir un plan de formation qui vise à augmenter la productivité par une meilleure adaptation du personnel.

PREMIERE PARTIE

CONCEPTION D'UN NOUVEAU SYSTEME

CHAPITRE 1

ETUDE DE L'EXISTANT

I. 1. PRESENTATION DE L'ENTREPRISE

I.1.1 - INTRODUCTION

Le but de l'étude dans ce chapitre est d'arriver à connaître l'entreprise qui nous préoccupe de manière à tirer partie, des avantages comme des inconvénients, des procédures existantes pour une meilleure conception et organisation du nouveau système que l'on va essayer de mettre en place.

L'entreprise qui va nous intéresser est une fabrique de confection pour enfants, comprenant au total une centaine de personnes environ. La diversité des modèles et des coloris proposés et le nombre important de clients, aux alentours de 1.500, font que la gestion d'une telle entreprise s'avère d'une complexité non négligeable.

Actuellement aucun secteur de l'activité de cette fabrique n'est automatisé d'aucune sorte et tout se fait manuellement. Il est à noter qu'un essai d'introduction de la mécanographie avait été tenté il y a quelques années sans succès.

L'étude des procédures manuelles existantes a été l'objet de réunions avec l'équipe dirigeante de cette entreprise qui nous a décrit dans les détails la fonction et le travail des différents services.

I.1.2. - LES DIFFERENTES FONCTIONS DE L'ENTREPRISE

L'équipe dirigeante se compose de trois personnes qui sont : le Président Directeur Général, le Directeur Commercial et un Fondé de Pouvoir. La répartition des tâches à ces différentes personnes font apparaître l'existence de quatre grandes fonctions qui sont :

- la fonction de Production qui regroupe les tâches d'enregistrements de commandes, d'ordonnancement de lancement de fabrication (Patronage , Coupe, Montage, Finition) d'approvisionnement et de méthodes.

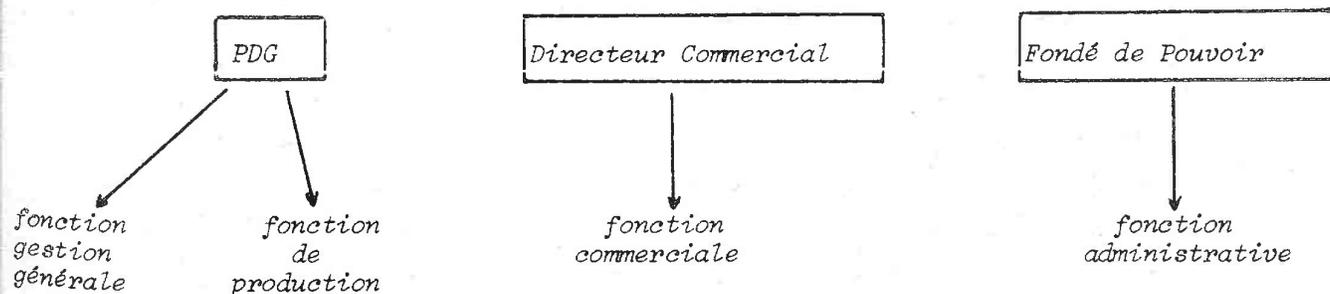
- la fonction dite " de Gestion Générale" concernant les problèmes d'embauche, de salaires, de banque, d'achat de matériel, de compte d'exploitation.

Ces deux premières fonctions étant assurées par le Président Directeur Général.

- la fonction commerciale qui touche aux tâches de création de collections d'études de tarif, d'orientation commerciale, de publicité, de relation avec les représentants et les clients, de réception des commandes, de répartitions des pièces fabriquées aux clients et d'expéditions. Cette fonction incombe au Directeur Commercial.

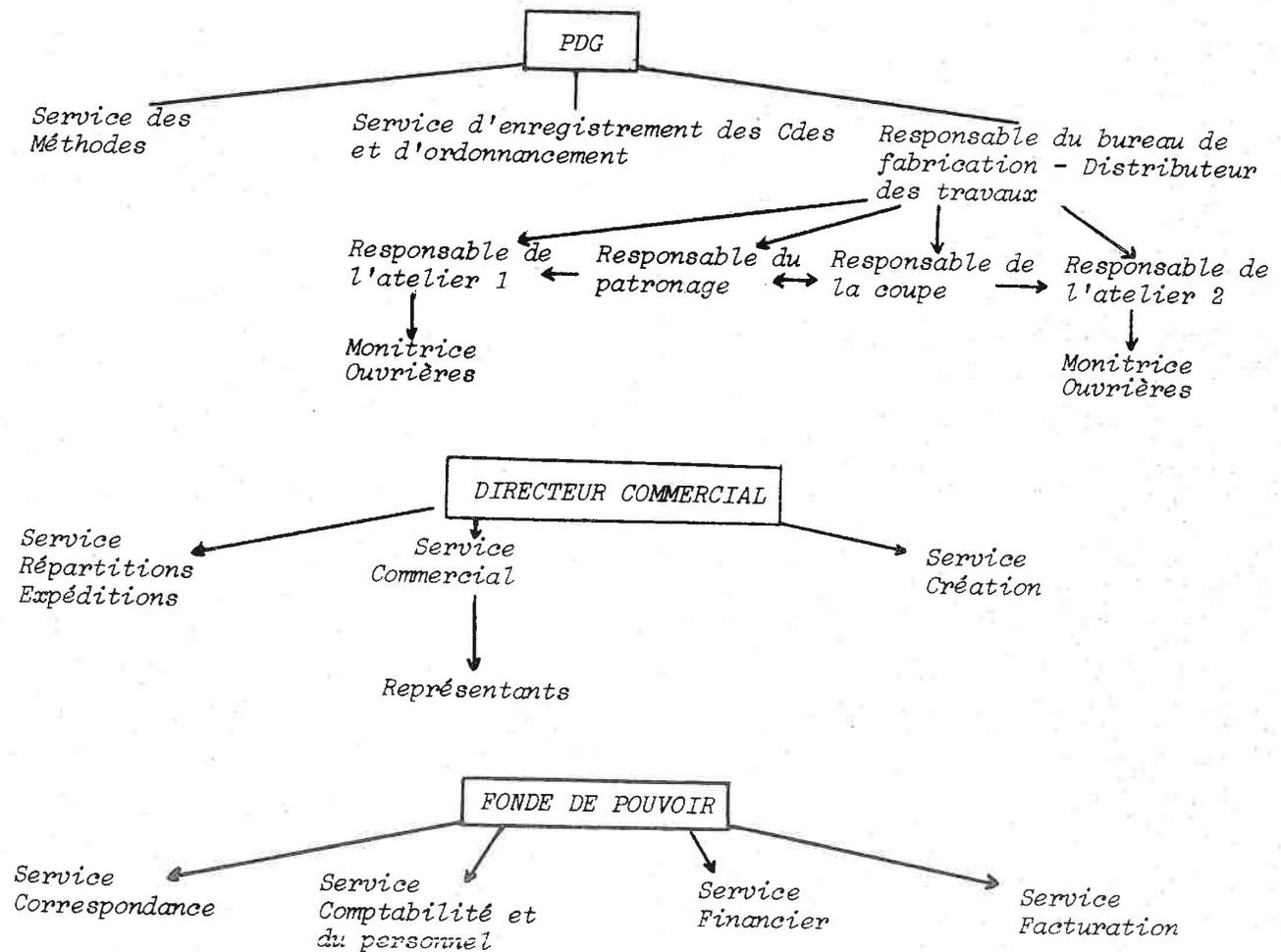
- la fonction administrative concernant les problèmes de facturation, de comptabilité générale, de correspondance, de paie du personnel, de relations entre le personnel et de règlement des fournisseurs. Le Fondé de Pouvoir assure la charge de cette fonction.

L'attribution des différentes fonctions peut se résumer sur le schéma suivant :



I.1.3. - ORGANIGRAMME DE L'ENTREPRISE

Ce découpage en fonctions apparaissant au niveau hiérarchique le plus haut l'organigramme de l'entreprise va pouvoir se scinder en trois parties et faire l'objet de trois schémas différents proposés ci-dessous :



I. 2. ANALYSE DE L'EXISTANT

I.2.1. - GENERALITES

La particularité de l'entreprise considérée est de ne travailler que sur commandes. Le stock de produits finis ne doit en principe pas poser de problème, si ce n'est pour des questions de coûts de transports. Les commandes sont prises chez le client par les représentants (une vingtaine au total) qui remplissent un bon de commande en fonction de la demande de ce dernier.

Les clients choisissent les modèles en consultant un échantillonnage de la collection et un catalogue de coloris possibles. Les prix des différents articles proposés sont mentionnés sur le bon de commande ce qui fait l'originalité de ce document.

La spécialisation des travaux n'étant pas poussée au sein de cette entreprise l'analyse des procédures manuelles a été basée sur la technique dite de "découpage par événements".

Chaque événement sera analysé et permettra de remonter dans la chaîne des travaux résultant de ce dernier.

I.2.2. - RECEPTION DES COMMANDES

I.2.2.1 Phase de vérification des bons de commandes

Tous les huit jours les représentants font parvenir au siège de l'entreprise les commandes passées avec eux par leurs clients respectifs.

Ces commandes (F1) comportent trois exemplaires :

- 1 exemplaire reste chez le client,
- 1 exemplaire est gardé par le représentant,
- 1 exemplaire est envoyé au siège par le représentant.

Le dernier exemplaire fait l'objet une fois arrivé à la fabrique d'un contrôle effectué par le service commercial.

Ce contrôle est de deux ordres :

- s'il s'agit d'un nouveau client on examine si sa commande n'est pas trop forte compte tenu de l'importance de son commerce. Si c'est le cas on réduit sa commande en l'avisant,

- s'il s'agit d'un ancien client on s'intéresse à sa solvabilité qui peut être vérifiée en examinant sur les périodes d'achat antérieures le bon paiement des factures.

Il est à noter que la conception de ce document qui est le bon de commande a été faite dans le but qu'il serve non pas uniquement pour saisir les commandes mais également au niveau de la facturation et l'expédition. Cette raison fait que ce bon de commande possède en plus des renseignements habituels qu'on peut y trouver, des renseignements concernant l'expédition des pièces fabriquées.

Une fois les vérifications effectuées par le service commercial, le bon de commande passe au service d'enregistrement des commandes pour y être traité.

I.2.2.2 Ventilation des bons de commandes

La fabrication des articles se fait série par série. Il est donc nécessaire au niveau de la fabrication de connaître par catégorie d'articles le nombre de pièces à fabriquer. Ceci ne peut se faire qu'en regroupant à partir des bons de commandes toutes les informations concernant un même article, informations qui se trouvent être ici les quantités à fabriquer. Le bon de commande ne va donc pas constituer à l'entrée en fabrication le document de base.

Ce regroupement de pièces par série va donner lieu à ce qu'on appellera l'opération de "ventilation du bon de commande". Cette ventilation aura donc pour but de regrouper toutes les commandes sur une fiche cartonnée (F2) par série et coloris, toutes les tailles figurant sur cette fiche.

Ces fiches auront trois rôles essentiels à jouer.

- le premier est de suivre le modèle au cours de la saison par coloris de manière à arrêter éventuellement la vente dans le cas où celle-ci s'avouerait non rentable.

- le deuxième de guider l'achat éventuel de matières premières si besoin s'en faisait sentir. En effet tous les renseignements nous permettant de calculer le métrage de tissu nécessaire à la fabrication des articles vendus figurent sur le document.

- le troisième et dernier est de permettre la constitution d'un document d'avancement de série.

I.2.2.3 Le document d'avancement de série

Toutes les fiches (F2) sont reprises et groupées par séries. Pour la période de vente considérée (la semaine correspondant à la période) il est procédé à un cumul de toutes les pièces vendues par série pour constituer la fiche d'avancement de série (F3).

Son rôle principal sera de permettre d'avoir un contrôle de l'avancement de la vente des séries au cours de la saison.

Aux vues de ces avancements, il sera possible de bloquer la vente de tel ou tel modèle. Cet arrêt pourra être provoqué soit par un manque de matières premières non réapprovisionnables dans des délais raisonnables soit par une insuffisance de vente, cas déjà évoqué au niveau du coloris.

Cette fiche interviendra également au moment de l'établissement des ordres de lancement en fabrication.

I.2.2.4 Etablissement de statistiques de vente

L'enregistrement des commandes à pour but de préparer à la fabrication des articles, c'est l'aspect que nous avons développé précédemment, mais également d'aider le service commercial en lui fournissant des statistiques de vente lui permettant d'agir et de prendre les dispositions nécessaires. Ces dispositions seront prises après étude des documents statistiques produits au moment de l'enregistrement des commandes.

Ces statistiques sont faites dans 2 directions principales, au niveau des représentants et des clients.

I.2.2.4. 1 - Statistiques de vente par représentant.

L'avancement des ventes pour chaque représentant est contrôlé grâce à la constitution d'une fiche récapitulative représentant (F4) qui représente par période de vente le nombre de pièces vendues par chaque représentant.

Le rôle de cette fiche récapitulative est double. En effet elle sert à contrôler l'avancement des ventes par représentant d'une part et au niveau global d'autre part. Chaque représentant voit donc son travail contrôlé et comparé avec celui fourni l'année précédente, ce qui permet au service concerné, en l'occurrence le service commercial, de prendre les mesures qui s'imposent dans le cas où un représentant ne réaliserait pas les ventes qu'on attendait de lui.

Au niveau de l'entreprise, un contrôle est effectué sur l'avancement des ventes pour se rendre compte si les objectifs poursuivis seront atteints ou non. Ces objectifs de vente ont été élaborés en fonction des ventes enregistrées l'année précédente et des possibilités de production. Cette comparaison entre ventes et objectifs permettra de constater si oui ou non les prévisions seront atteintes et de prendre éventuellement les décisions pour essayer de rétablir l'objectif compromis.

Cette fiche joue donc un rôle essentiel dans le cadre du contrôle de l'avancement des ventes et son utilisation s'étend sur deux ans. La première année elle permet le contrôle des objectifs fixés à l'avance et la deuxième elle sert de point de comparaison avec la nouvelle fiche.

I.2.2.4. 2 - Statistiques de vente par client

Il est souhaitable pour une entreprise de ce type qui gère quelques 1.500 clients de suivre l'évolution des ventes au niveau des clients.

Ce suivi du client est fait grâce à l'élaboration d'une fiche client (F5) qui donne pour les trois dernières années de vente et par saison la quantité d'articles achetés par le client.

Une comparaison peut donc être établie par client entre les quantités vendues la saison en cours et celles des saisons correspondantes des deux dernières années.

S'il s'avère que le client a réduit ses commandes dans des proportions importantes le service commercial se charge de demander au client concerné une motivation de réduction ou de non achat. La motivation peut être d'ordres divers , mauvaise collection, difficultés de trésorerie, concurrence, etc.... et permet à l'entreprise d'orienter peut être de manière différente sa politique commerciale.

Il est à noter que vu l'importance du nombre de clients ces fiches ne sont consultées que dans des cas très particuliers et que leur exploitation n'est pas faite systématiquement.

Après enregistrement des commandes sur les différents documents que nous venons de passer en revue on va passer à une deuxième étape qui elle va consister à exploiter les fiches (F2) et (F3) pour lancer la fabrication

I.2.3. LA PHASE DE FABRICATION

I.2.3. 1 - LANCEMENT EN FABRICATION

On entend par lancement en fabrication le fait de donner un ordre, appelé ordre de lancement, qui permet la mise en route de l'atelier de découpage. Cet atelier aura pour but d'effectuer la première partie de la phase de fabrication des modèles c'est-à-dire de découper les pièces qui passeront ensuite à l'atelier suivant pour y être montées.

Cette première étape de la fabrication est donc commandée par des ordres de lancement (F6) qui vont indiquer à l'atelier chargé de la découpe des pièces les paramètres nécessaires à l'exécution du travail.

Comment décide t-on qu'une série peut être lancée en fabrication.

Les critères de lancement en fabrication sont les suivants :

- disponibilité de la matière première, (tissu de base, tissu de garniture, fournitures diverses)
- préparation technique achevée (patronage)
- disponibilité de l'atelier tant au niveau personnel que matériel,
- nombre de pièces à fabriquer suffisant (de l'ordre de 500 environ) pour une question de rentabilité,
- délais de livraison atteints.

Toutes les séries répondant à l'ensemble de ces critères peuvent prétendre être lancées en fabrication.

Un choix est ensuite pratiqué, sans critère bien précis semble t-il, pour dégager la série qui sera lancée. Ce choix est fixé par une personne du service enregistrement des commandes.

A la fin de cette première phase de fabrication on récupère un certain nombre de pièces découpées. En général ce nombre est différent de celui mentionné sur les ordres de lancement du fait que la coupe ne se fait pas pièce par pièce mais groupe par groupe ceci pour éviter une perte de tissu. Le nombre de pièces sorties de la coupe sera donc un multiple du nombre de pièces figurant dans un groupe.

Le métrage nécessaire à la découpe est fonction du nombre des pièces à couper et nécessite souvent l'emploi de plusieurs pièces de tissu. Ces pièces n'ont en général pas le même ton pour un coloris déterminé. Il est donc nécessaire de différencier les pièces de tissu coupées non seulement par taille mais également par ton dans un même coloris. Cette distinction va se faire en associant à chaque groupe de pièces ainsi constitué une fiche paquet (F7).

Chacune de ces fiches est attachée à un groupe de pièces coupées de la même série, de la même taille mais pouvant être de coloris différents. Il est exclu naturellement de voir apparaître dans un groupe de ce genre des pièces issues de deux pièces différentes mais de même coloris.

Ces fiches "paquet" ont deux rôles bien particuliers à jouer dans la suite de la fabrication.

Son premier rôle comme nous l'avons vu est de permettre d'éviter qu'un article soit assemblé avec des pièces dont le coloris présente plusieurs tons; les articles ayant été coupés dans plusieurs pièces de tissu se retrouvant dans des paquets différents.

Le deuxième rôle de cette fiche est de repérer au fur et à mesure de l'avancement du montage les différentes opérations déjà effectuées sur le paquet. Ce contrôle est effectué grâce à la présence sur ces fiches d'une série de vingt étiquettes qui représentent chacune une opération. Une fois ces fiches établies après la phase de découpe, elles permettront avec l'ordre de lancement l'établissement d'ordres de fabrication.

I.2.3.2. - LES ORDRES DE FABRICATION

L'atelier de fabrication qui a pour rôle de monter des pièces découpées, travaille à partir d'ordres de fabrication (F8) qui lui indiquent le travail à exécuter.

L'établissement de ces ordres se fait au bureau de fabrication en fonction des renseignements fournis par les fiches paquet et l'ordre de lancement relatif à la série concernée qui permet d'effectuer des contrôles.

Outre le rôle des ordres de fabrication d'indiquer à l'atelier de montage le travail à effectuer, il apparaît que ces ordres ont également pour but de

vérifier la bonne transmission des données. En effet ils servent avant le montage :

- à vérifier si les pièces coupées reçues correspondent au nombre mentionné par eux,

après le montage :

- pour s'assurer que les articles fabriqués correspondent à ceux qui avaient été produits en entrée.

Les rôles multiples joués par l'ordre de fabrication font qu'il est établi en quatre exemplaires :

- un exemplaire reste au bureau de fabrication pour contrôler les pièces coupées arrivant à l'atelier de montage,
- un deuxième pour l'atelier même,
- un autre sera confié au service de répartition des articles,
- le dernier enfin servira à l'étiquetage des modèles de manière à pouvoir mentionner sur chaque article le nom du modèle, sa taille et son coloris.

Au niveau de la fabrication proprement dite chaque ouvrière effectue le travail qui lui a été confié par la contre-maitresse et détache de la fiche paquet l'étiquette correspondant à l'opération traitée. Ces étiquettes détachables sont ensuite collées sur un document de fabrication qui permet de contrôler le travail fourni par chaque ouvrière.

Une fois la phase de fabrication terminée, il s'agit d'affecter la marchandise ainsi produite aux différents clients demandeurs. Pour ce faire toutes les pièces fabriquées passent au service de distribution.

I.2.4. - REPARTITION DES PIECES FABRIQUEES

A chaque client acheteur dans la saison on attribue dans le magasin de distribution un casier numéroté dans lequel seront stockés les articles fabriqués.

La répartition des pièces va consister à affecter aux clients un nombre d'articles correspondant à celui commandé par ce dernier.

Cette distribution va se faire en fonction du contenu du document (F2) et de l'ordre de fabrication (F8) et provoquera le remplissage des casiers clients.

(F8) donnera la période limite sur laquelle il faudra se baser pour appliquer la marchandise et (F2) nous permettra de savoir à qui attribuer cette marchandise.

Au fur et à mesure de l'attribution de ces articles aux clients on indique sur (F2) l'accomplissement de cette opération en entourant d'un cercle les pièces appliquées. Ces marques permettront de constater à un instant donné si une commande dans une série et un coloris donné a été satisfaite ou non.

Après la phase de répartition des produits finis vient la phase d'expédition des marchandises.

I.2.5. - EXPEDITION

Comme nous l'avons indiqué précédemment chaque client possède dans le magasin de distribution un casier non fixe dans lequel sont stockées toutes ou une partie des marchandises qu'il a commandées.

La personne chargée de l'expédition parcourt chaque semaine l'ensemble des casiers clients et en fonction du contenu des commandes (F1) et du contenu des casiers décide de l'expédition des pièces ou non.

Cette décision est prise en essayant de concilier le fait d'envoyer le maximum de pièces pour une question de minimisation de frais d'expédition et de ne pas laisser trop longtemps le client dans l'attente de sa marchandise.

En cas d'expédition la personne chargée de cette opération remplit l'une des sept lignes figurant dans le coin droit supérieur du bon de commande (F1) et la colonne correspondante de la partie droite de ce document. Le bon de commande permet donc d'envisager le fractionnement de l'expédition des pièces d'un client par la présence de ces sept rubriques.

I.2.6. - FACTURATION

La facturation aux clients est faite après chaque envoi à ce dernier.

La facture au client est établie après que le service d'expédition ait mentionné sur le bon de commande (F1) le lancement de la procédure d'envoi en remplissant une des sept lignes de la partie supérieure droite de ce document.

La constitution des factures est grandement facilitée par le fait qu'à ce niveau tous les renseignements nécessaires figurent sur le seul bon de commande (tarif, nature et quantités des pièces commandées, renseignements d'expédition ...).

L'envoi de la facture se fait indépendamment des marchandises du fait de la succession dans le temps des deux opérations d'expédition d'une part et de facturation d'autre part.

Le règlement par le client du montant de la facture se fait dans le mode de paiement choisi par lui au moment de la commande.

I.2.7 - APPROVISIONNEMENTS ET GESTION DES STOCKS DE MATIERES PREMIERES

I.2.7.1 Approvisionnement initial

Les délais très longs parfois consentis par les fournisseurs de matières premières pour livrer leur marchandise ont fait apparaître la nécessité de prévoir avant la période de vente un approvisionnement de ces matières premières basé sur prévisions de vente d'articles dans un coloris donné.

Le métrage moyen nécessaire à la confection d'un modèle est déterminé et de là est calculé le métrage de tissu dont on pourra avoir besoin au cours de la période de fabrication.

Une commande de matières premières est alors faite en restant en dessous des besoins ainsi prévus.

C'est avec cette base ainsi déterminée que commence une saison de vente.

I.2.7.2. Approvisionnements ultérieurs

Le métrage de tissu nécessaire à la réalisation des commandes est noté chaque période sur des fiches (F9 correspondant chacune à un coloris bien déterminé.

Chaque fiche permet de contrôler l'avancement de la vente pour un coloris au niveau de tous les modèles concernés

Dans l'hypothèse où il apparaît que le stock de matières premières initialement prévu sera insuffisant pour satisfaire les commandes passées et à venir, il est procédé à un réapprovisionnement. Pour ce faire, il faut évaluer de manière approximative le métrage de tissu à commander. Ce calcul se fait en fonction des ventes déjà effectuées et des clients n'ayant pas encore été visités par un représentant.

Il faut noter que la rentrée des commandes est pratiquement terminée quand la fabrication des pièces commence, les approvisionnements pour manque de tissu intervenant en début de fabrication, il est donc relativement aisé de calculer le métrage de tissu manquant.

Le calcul effectué reste néanmoins très approximatif et fait qu'en fin de fabrication la

matière première peut être en excédent ou manquante.

Se pose donc le problème de fin de fabrication.

Deux cas peuvent se présenter pour un manque de matières premières :

- le fournisseur peut réapprovisionner dans des délais satisfaisants auquel cas pas de problème;
- le réapprovisionnement est impossible.

Dans ce cas il est envisagé le remplacement du tissu manquant par un autre. Si ce remplacement est possible on essaye dans la mesure du possible d'utiliser le tissu de remplacement sur le minimum de séries pour éviter au maximum le mécontentement des clients.

Ces décisions de réapprovisionner donne lieu à l'établissement d'une commande fournisseur. Toute confirmation émanant de ce dernier est soumise à un contrôle de concordance entre ce qui a été commandé et ce qui est spécifié sur l'avis de réception de la commande. En cas de non accord un rectificatif est envoyé au fournisseur pour indiquer les points de désaccord par rapport à la commande initialement passée.

Après avoir décrit les procédures manuelles existantes, nous allons dans les deux paragraphes qui suivent résumer de manière schématique tout ce qui a été dit précédemment.

Les fiches F1, ..., F9 sont présentées en annexe.

I.2.9. - CIRCULATION DES INFORMATIONS AU SEIN DE
L'ENTREPRISE [MALLET (1)]

L'information dans l'entreprise circule d'un poste à un autre.

Partant de celui qui lui donne naissance, elle parcourt tous ceux qui la manipulent et arrive enfin à celui qui y met un terme. Ce chemin ainsi parcouru par une information donnée sera appelé circuit d'information ou schéma de circulation.

Les circuits d'informations proposés ici vont schématiser la circulation des documents utilisés dans l'entreprise, chaque colonne représentant un poste de travail ou un service, l'emplacement dans la hauteur repérant la succession chronologique. Chaque étape de la vie d'un document sera reliée à une autre par un trait.

Principe pour la représentation d'un circuit
d'information

Un rectangle barrant une colonne représente l'intervention d'un agent d'exécution depuis le moment où il reçoit l'information jusqu'à ce qu'il la transmette. Ces rectangles sont numérotés dans l'ordre chronologique.

Une fiche horizontale correspond au passage d'un agent à une autre et une fiche verticale à la succession dans le temps.

- > déplacement d'informations sans support
ou consultation d'un fichier
- > déplacement d'informations avec support
- · - · -> déplacement de matières

SYMBOLES UTILISES



Documentation en clair



Imprimé



Fiche



Lettre ou événement extérieur

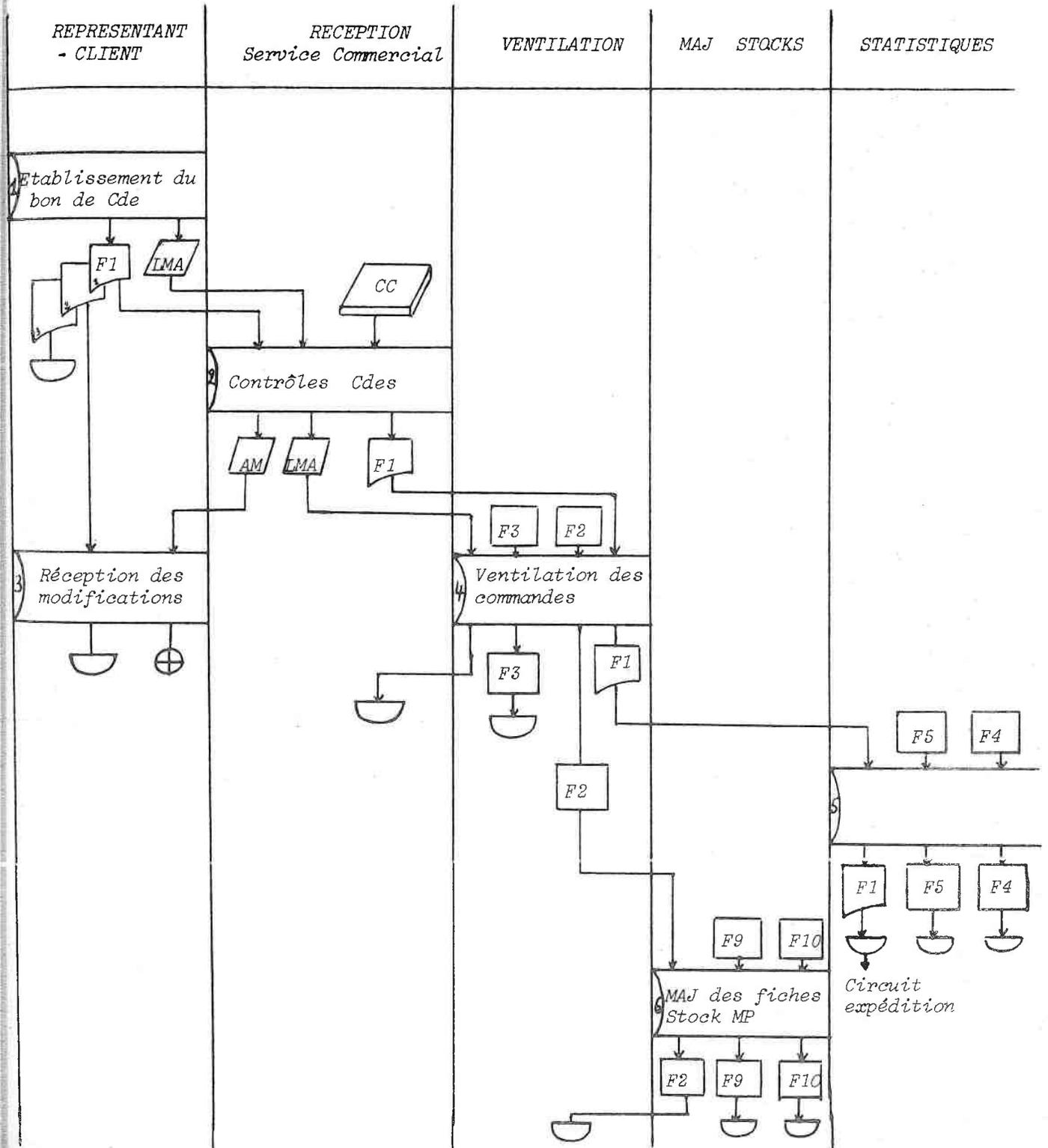


Fin de circuit par classement



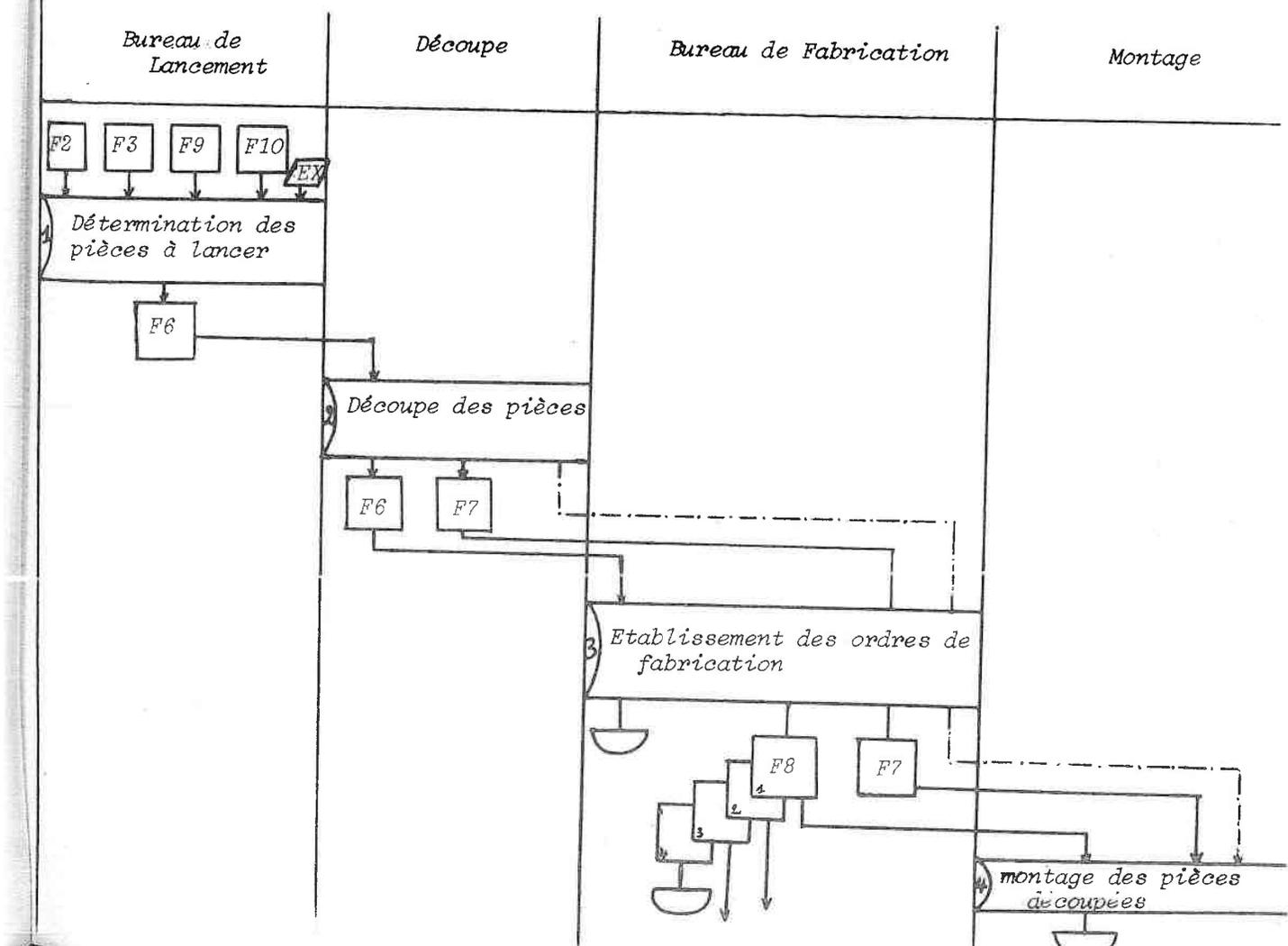
Fin de circuit par destruction

I.2.9.1 Circuit d'information - Réception des Commandes



LEGENDE :

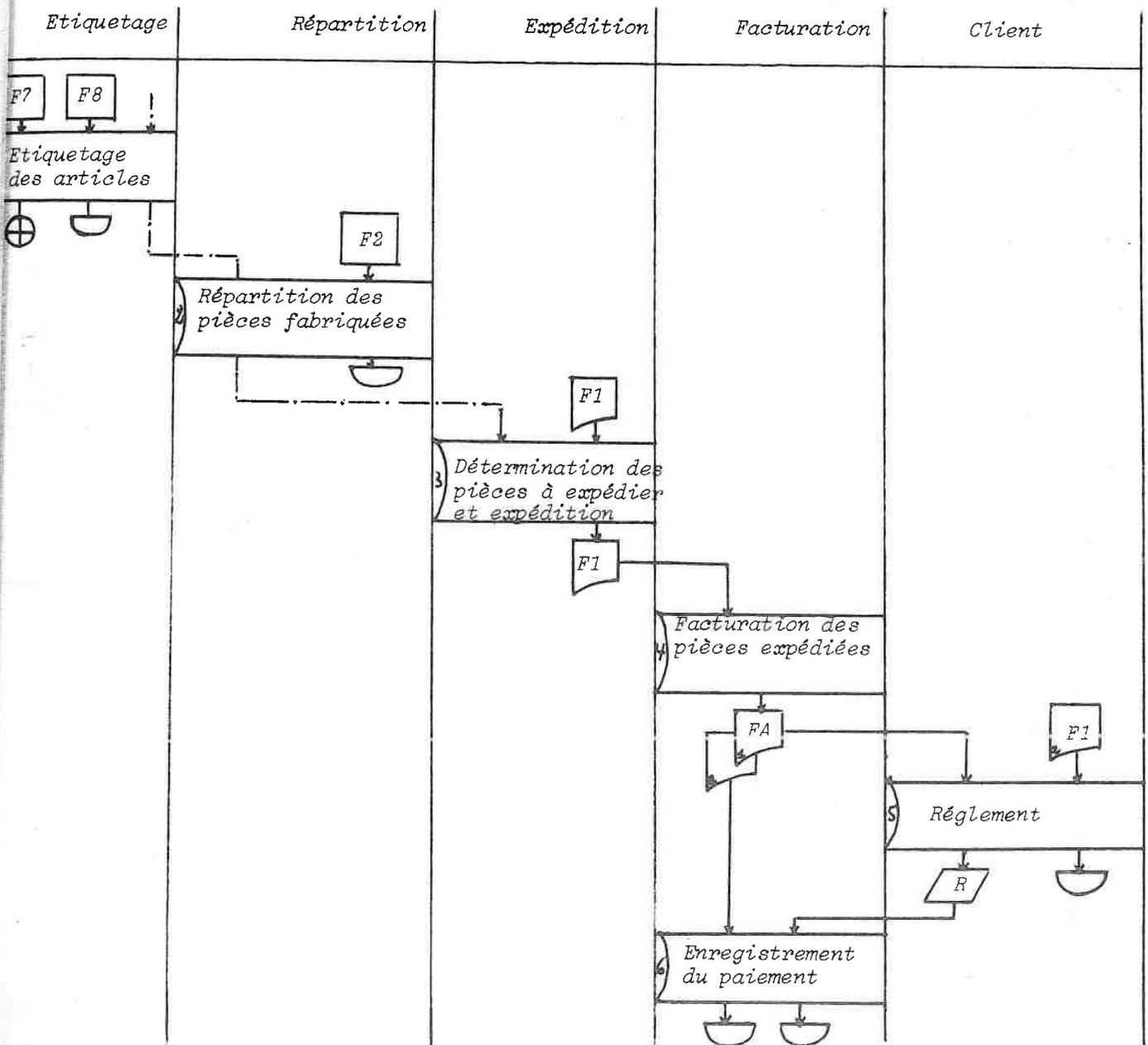
- F1 Bon de commande (voir annexe A1)
 LMA Lettre de modification ou annulation de commande
 AM Accusé de réception de modification
 CC Documentation contrôle client
 F2 Fiche de ventilation par série et coloris (voir annexe A2)
 F3 Fiche de ventilation par série (voir annexe A3)
 F9 Fiche stock tissu (voir annexe A9)
 F10 Fiche stock garniture (voir annexe A10)
 F5 Fiche statistique client (voir annexe A5)
 F4 Fiche statistique représentant (voir annexe A4)

I.2.9.2 Circuit d'information - Fabrication

LEGENDE :

- Pour F9, F10, F2, F3 voir légende précédente
 EX Interventions extérieures (priorités de lancement)
 F6 Ordre de lancement (voir annexe A6)
 F7 Fiche paquet (voir annexe A7)
 F8 Ordre de fabrication (voir annexe A8)

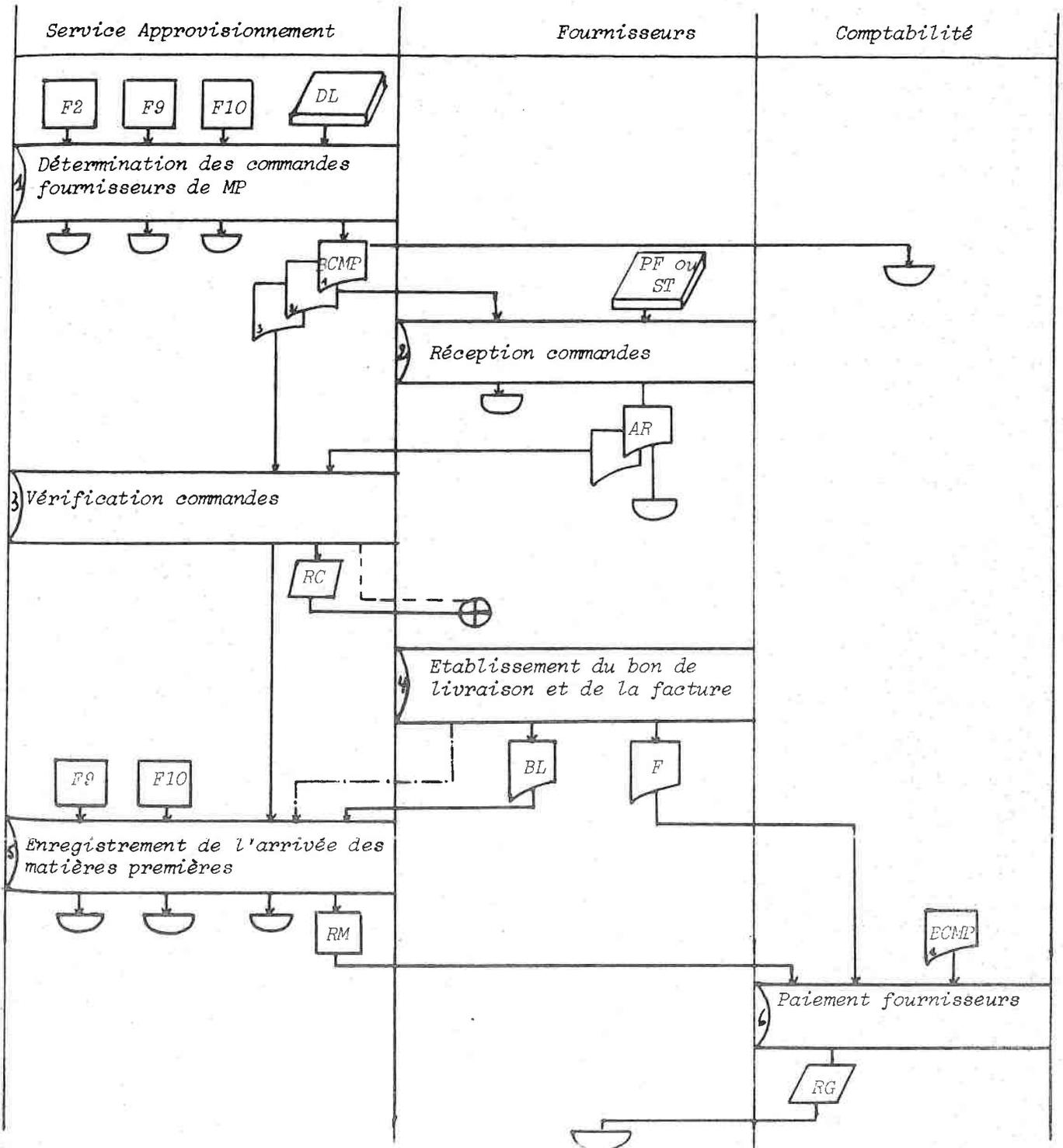
I.2.9.3 Circuit d'information - Répartition
Expédition - Facturation



LEGENDE :

R Lettre de règlement de facture
 FA Facture

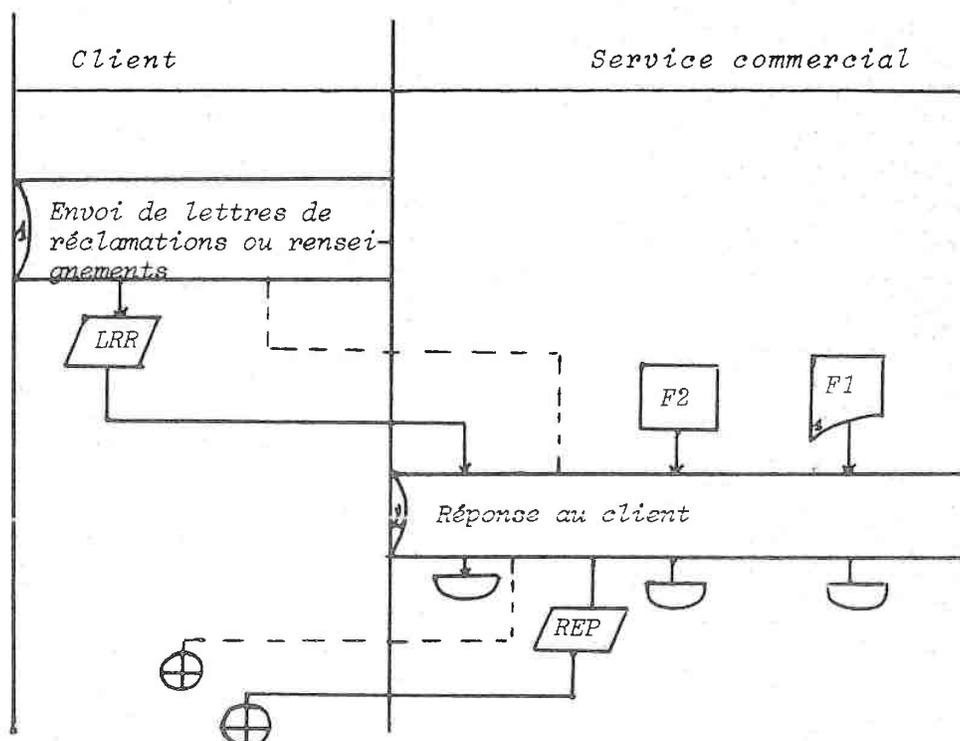
I.2.9.4 Circuit d'information - Approvisionnement



LEGENDE :

DL	Documentation donnant les délais de livraison fournisseurs
BCMP	Bon de commande de matières premières
PF ou ST	Planning de fabrication ou fichier stock
AR	Accusé de réception de commande
RC	Rectificatif de commande
BL	Bon de livraison
F	Facture émanant du fournisseur
RM	Accusé de réception de matière première
RG	Règlement au fournisseur

I.2.9.5 Circuit d'information - Relation avec la clientèle



LEGENDE :

LRR Lettre de réclamation ou renseignements

REP Réponse de l'entreprise

CHAPITRE II

CRITIQUE DE L'EXISTANT ET ETUDE PREALABLE

INTRODUCTION

Le but de ce chapitre est double.

Le premier est de proposer une analyse globale du nouveau système. Cette analyse sera basée sur l'étude de l'existant et de sa critique. Elle aura pour objet l'élaboration générale du nouveau système de traitement de l'information s'étendant à l'ensemble de l'entreprise.

Le deuxième est de permettre une prise de décision quant à l'acceptation ou la non-acceptation de changement du système actuel.

Le plan de ce chapitre est tiré de [REIX,(2)]

II.1. ETUDE CRITIQUE DE L'EXISTANT

II.1.1. - GENERALITES

La critique d'un système existant porte en général sur deux points bien particuliers : les moyens et les objectifs de ce système.

L'insuffisance des moyens se traduit pour la majorité des cas par l'insuffisance des performances et par le coût sans cesse grandissant du système.

Diverses causes sont à l'origine de l'insuffisance des performances. On peut trouver parmi les plus courantes l'arrivée tardive d'ordre d'exécution l'âge trop avancé de certaines informations n'en permettant plus une bonne utilisation....

Le coût élevé d'un système peut venir quant à lui d'une multiplication de moyens traditionnels devant le volume des informations à manipuler.

Le deuxième point sur lequel porte la critique de l'existant, l'insuffisance des objectifs est marquée généralement par :

- un manque d'informations pour certaines décisions à prendre,
- une surabondance d'informations inutiles et inexploitées,

- une mauvaise présentation des informations difficilement exploitables.... etc.

Reprenons les deux points évoqués ici pour les développer sur notre entreprise.

II.1.2. - INSUFFISANCE DES MOYENS

L'insuffisance des moyens se fait sentir principalement dans les deux secteurs suivants, la ventilation des commandes sur les fiches séries coloris (F2) et le remplissage des fiches statistiques (F4) et (F5).

Pour ce qui est du premier secteur le problème est assez important. En effet, ce travail est confié à une personne qui est la seule dans l'entreprise à pouvoir l'exécuter. De plus, c'est également elle qui est chargée de produire à partir de ces fiches les ordres de lancement en fabrication. Il apparaît donc clairement qu'une absence de cette personne entraîne un blocage progressif des activités de l'entreprise. Il faut quand même signaler qu'en cas d'absence prolongée un membre de l'équipe dirigeante la remplace dans sa tâche, mais ceci ne constitue qu'une solution de tout dernier recours et insatisfaisante.

En ce qui concerne le deuxième secteur moins vital sur le plan du fonctionnement proprement dit de l'entreprise que le premier, le problème est néanmoins important également.

Les fiches statistiques de vente doivent être remplies au moment de l'arrivée des commandes mais ne le sont en général que quand les travaux plus urgents sont terminés. Le service commercial soucieux de

satisfaire le client ne peut pas au moment où cela devrait être fait étudier les cas concernant les clients qui ont réduit dans des proportions importantes ou complètement leurs achats par rapport aux années précédentes. Cette réduction d'achats ne pouvant se remarquer que sur les fiches statistiques clients, il est important donc qu'elles soient remplies au plus tôt de manière à prendre des mesures qui ne soient pas retardataires et sans effet.

Le même problème se pose pour les fiches statistiques représentants. La relance de la vente dans un secteur assigné à un représentant ne peut se faire qu'en ayant connaissance par ces fiches de la non-productivité de ce dernier. La prise de connaissance trop tardive de ces états de fait ne permettrait plus de prendre à temps les dispositions nécessaires.

II.1.3. - INSUFFISANCE DES OBJECTIFS

La critique va porter là encore sur les statistiques de vente. Si les objectifs sont atteints ne serait-ce que partiellement pour les statistiques de vente par clients et représentants, il apparaît important qu'ils soient étendus aux statistiques de vente par secteurs.

L'ensemble du territoire est divisé en secteurs, chaque secteur comportant un certain nombre de points de vente. Tout représentant de l'entreprise s'occupe de la vente dans un ou plusieurs de ces secteurs. Une étude du pouvoir d'achat serait donc intéressante à envisager pour chacun d'eux, étude qui pourrait être faite en utilisant les statistiques de l'INSEE. Les critères à prendre en considération seraient pour n'en citer que quelques uns, le nombre d'enfants en bas âge, importance de la vie

citadine ou villageoise....

Ceci nous amènerait à classer les différents secteurs de vente par importance de pouvoir d'achat relatif et de déterminer par rapport à des secteurs de base connus pour être des zones satisfaisantes si la vente est satisfaisante ou non. On pourrait et ce serait souhaitable d'informer, résultats à l'appui, les représentants sous-productifs des constatations effectuées et de leur demander le cas échéant de fournir un effort plus soutenu dans tel ou tel secteur. Cette étude sur le pouvoir d'achat serait donc rentable et présenterait l'avantage de pouvoir orienter la vente et de contrôler de manière plus précise encore la progression du marché et le travail des représentants.

Dans le domaine de la création des collections il serait également souhaitable de posséder des statistiques de vente par famille d'articles. Ces familles restent dans les grandes lignes identiques à elles-mêmes d'une année sur l'autre, il serait donc bon de connaître l'évolution des tendances pour la création de ces collections.

Pour ce qui est des approvisionnements une méthode de prévision plus élaborée qu'une règle de trois pourrait certainement permettre d'affiner les résultats jusqu'alors obtenus.

L'ensemble des critiques formulées ici doivent permettre de jeter les bases du système futur.

II.2. ETUDE PREALABLE

II.2.1. - DETERMINATION DES OBJECTIFS DU NOUVEAU SYSTEME

La critique du système en place nous a permis déjà de dresser une liste d'objectifs à atteindre. Ces objectifs ainsi dégagés au cours de cette étude critique ne sont pas forcément les seuls qui incomberont au nouveau système.

On peut classer les objectifs poursuivis en deux catégories : les objectifs quantifiés et ceux qui ne le sont pas.

En ce qui concerne la première catégorie d'objectifs, on peut citer parmi eux la diminution de 50% au moins du temps nécessaire à la constitution des ordres de lancement ; on entend par là le temps de constitution des fiches de ventilation par série et coloris, celui des fiches de ventilation par série et de l'ordre de lancement.

Pour le deuxième type d'objectifs, il s'agit :

- d'assurer une progression constante du nombre des commandes afin d'améliorer le chiffre d'affaire,
- de permettre au service commercial de prendre des décisions plus rapides et d'améliorer ses rapports avec la clientèle,

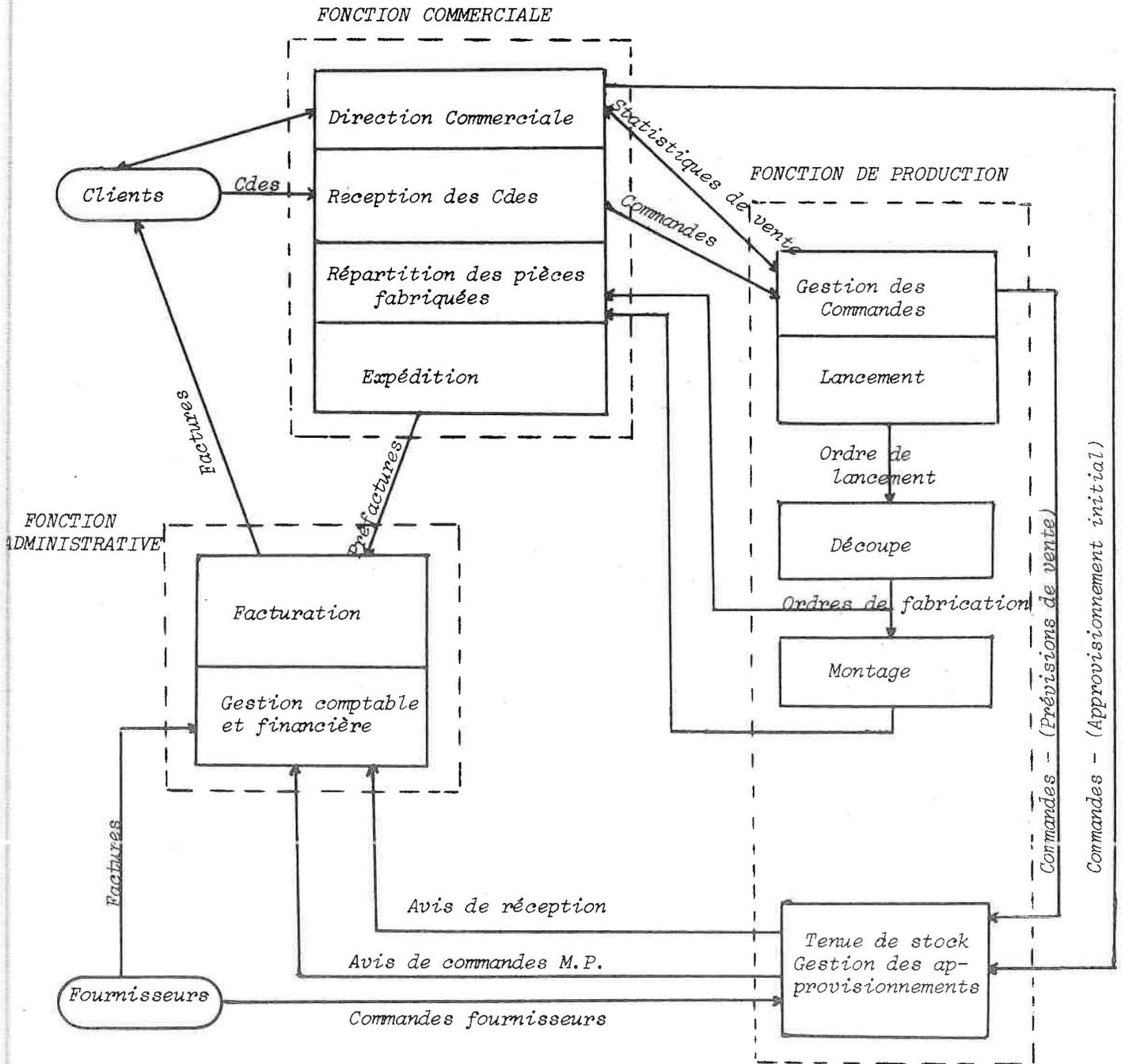
- de diminuer encore le temps nécessaire à la facturation,

- de permettre un approvisionnement plus rationnel en matières premières.

II.2.2. - ELABORATION D'UN SCHEMA DIRECTEUR

Cette liste d'objectifs à atteindre ne suffit pas à définir le nouveau système. Il faut faire apparaître les différentes liaisons qu'il peut exister entre les différentes fonctions de l'entreprise pour en connaître le fonctionnement global. Ces liaisons sont schématisées sur ce qui est appelé un schéma directeur. Ce schéma peut être plus ou moins détaillé, ceci dépendant essentiellement de l'avancement de l'étude à ce niveau.

SCHEMA DIRECTEUR DU NOUVEAU SYSTEME



II.2.3. - EVALUATION DU NOUVEAU SYSTEME

Une fois que le nouveau système a été défini et structuré, il convient d'évaluer les éventuels bénéfices à attendre de ce dernier. Cette évaluation est très difficile à effectuer du fait que certaines améliorations restent non chiffrables.

Pour ce qui nous concerne il faut arriver à déterminer si "le jeu en vaut la chandelle" c'est-à-dire à voir si les améliorations proposées par rapport au système actuel arriveront à justifier les dépenses de saisies d'informations et de passages sur ordinateur.

Côté améliorations, on peut en citer trois qui apparaissent comme étant les plus importantes.

La prise en compte par l'ordinateur de la gestion des commandes permettrait de libérer la personne jusqu'alors chargée de ce travail pour la charger de tâches moins ingrates telles que l'exploitation des statistiques de vente et l'étude plus approfondie de l'établissement des ordres de lancement. Les bénéfices à attendre ne sont pas chiffrables et interviendraient dans le fait que cette prise en charge des commandes dès leur arrivée ne souffrirait plus de retard en cas d'absence de la personne concernée. Nous pourrions donc grâce à cette amélioration préserver l'entreprise contre des retards éventuels dans le processus de production,

retards dûs à la gestion parfois défectueuse des commandes. Ce problème de sécurité a été le grand point de départ de l'étude, car il est capital aux yeux des responsables de cette entreprise.

La production et l'exploitation régulière des statistiques de vente par clients et représentants permettant dans une large mesure d'étendre le marché et de le stimuler, d'où une certaine progression du chiffre d'affaire. Il est impossible de prévoir à ce niveau à combien peut se monter une telle augmentation mais on peut estimer qu'elle sera sensible néanmoins.

Enfin, au niveau de la facturation, l'établissement de préfactures libérerait très certainement le service concerné d'un certain nombre de travaux astreignants tels que le calcul du montant brut des factures. L'augmentation des commandes n'imposerait donc pas à l'entreprise l'embauche d'une personne supplémentaire pour de tels travaux.

Côté coûts de fonctionnement nous avons estimé les coûts de saisie de données et le coût des passages sur machine.

Nous allons donner ici des renseignements concernant la gestion des commandes car c'est ce dont la direction aimerait se décharger en tout premier lieu.

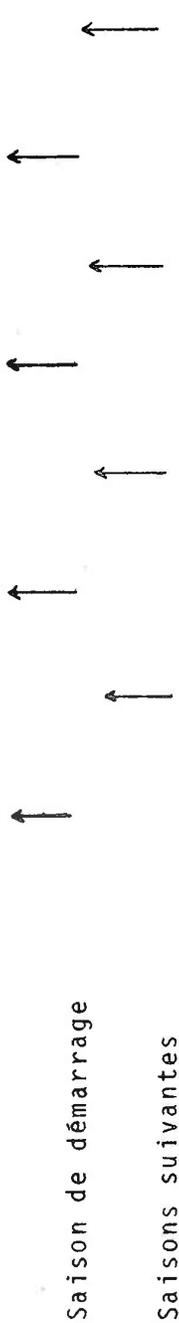
En ce qui concerne la saisie nous pouvons donner les résultats suivants [PEREA, (3)]

Pour chaque saison nous avons en moyenne :

1100 clients à traiter (acheteurs ou non acheteurs)
 400 commandes à prendre en compte
 32000 pièces commandées
 80 modèles différents
 11 représentants

D'autre part le tableau suivant nous donne le détail des coûts de saisie.

	Nbre de Bordereaux		Temps de Saisie		Nbre de cartes		Coût de Perforation	
<i>Bordereaux Clients</i>	1100	-	35H	-	2200	-		
<i>Bordereaux Catalogue</i>	80	80	3H	3H	240	240		
<i>Bordereaux Représentants</i>	600	-	7H	-	600	-		
<i>Bordereaux Commandes</i>	1400	1400	120H	120H	4700	4700		
<i>Bordereaux Cdes Clients</i>	1250	-	12H	-	1250	-		
TOTAL	4450	1480	180H	125H	9000	5000	3000F	1700F



TABEAU DES COUTS DE SAISIE

Compte tenu du taux de remplissage des cartes, taux qui a été estimé approximativement, nous en avons déduit, en fonction des tarifs pratiqués par les maisons de services, que le coût d'une carte perforée s'élèverait à un peu plus de 30 centimes. Ces calculs nous ont conduit au coût de saisie globale mentionnée sur le tableau ci-dessus.

En ce qui concerne les coûts de passages sur ordinateur, des estimations ont été faites et il apparait que la prise en compte par la machine de la gestion des commandes ne dépasserait en aucun cas une quinzaine de minutes par passage ce qui nous parait déjà être un maximum (sur ordinateur CII 10070)

Une fois cette évaluation faite, il incombe à la direction de la Société de prendre une décision quant à la poursuite ou non de l'étude.

Nous allons pour notre part mener cette étude à terme dans le cadre de notre travail de recherche.

CHAPITRE III

CONCEPTION DU NOUVEAU SYSTEME

III.1. INTRODUCTION

L'objectif essentiel d'un système d'information est d'obtenir des informations de sortie à partir d'informations d'entrée transformées à l'aide d'opérateurs, cette transformation représentant la fonction du système.

Pour la conception d'un système il est donc indispensable de préciser ses objectifs en termes d'informations de sortie et à partir de ces dernières en déterminer sa structure générale en termes de traitements et de fichiers.

La conception de ce nouveau système va nous amener tout d'abord à déterminer ses entrées à partir des informations de sortie et ensuite à déterminer la logique des traitements qui feront passer de l'un à l'autre.

III.2. ORGANISATION DES INFORMATIONS D'ENTREE EN FICHIERS

III.2.1. - DETERMINATION DES ENTREES A PARTIR DES SORTIES

Au début de la conception d'un système, seules les informations de sorties sont connues. On sait ce que l'on veut mais on ne sait pas encore à partir de quoi et comment on va les obtenir. Ce paragraphe aura pour but de répondre à la première question, les paragraphes suivants à la deuxième.

Le principe de détermination des entrées est le

suivant : il s'agit en partant des seules informations connues, celles de sortie, de retrouver les informations d'entrée par une analyse des transformations.

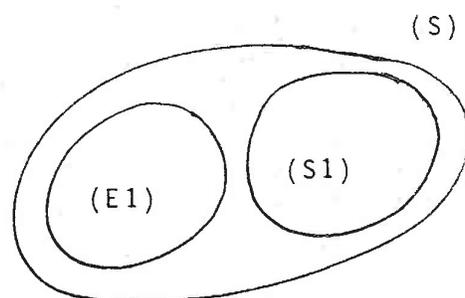
Cette méthode s'appuie sur ce qui est utilisé sous le nom de grilles d'informations sur lesquelles on voit apparaître :

- les informations contenues sur les documents de sortie,
- les informations d'entrée déduites des premières par analyse des transformations,
- la répartition des informations d'entrée en fichiers.

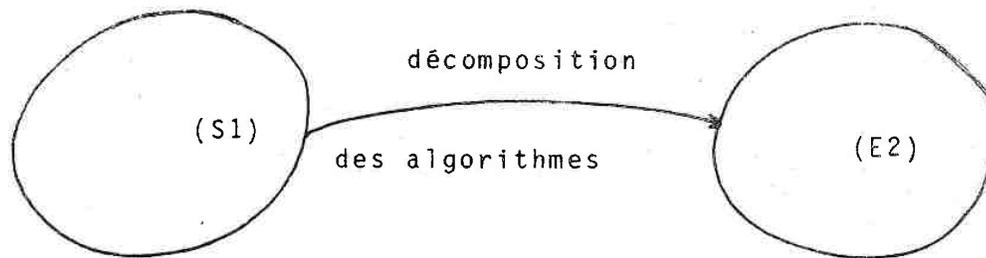
La détermination des informations d'entrée se fait de la manière suivante :

- les rubriques de sortie non traitées appartiennent forcément à l'ensemble des informations d'entrée,

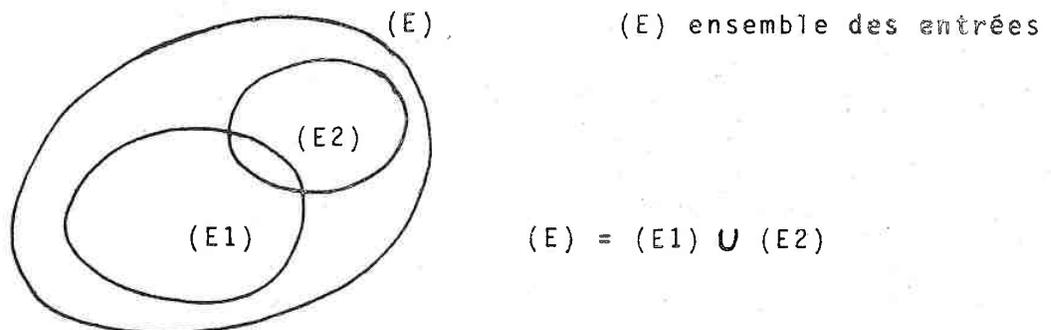
- les rubriques de sortie traitées sont le produit de l'application d'un algorithme. Pour déterminer les informations d'entrée qui leur ont donné naissance on déroule l'algorithme dans le sens inverse. On peut résumer ceci par les schémas suivants :



- (S) ensemble des sorties
- (E1) ensemble des sorties non traitées
- (S1) ensemble des sorties traitées
- $(S1) \cap (E1) = \emptyset$
- $(S1) \cup (E1) = (S)$



(E2) ensemble des informations d'entrée obtenues par décomposition des algorithmes à partir de l'ensemble (S1)



Une fois cette détermination des entrées effectuée (voir la grille d'information présentée à la fin du §), il convient de partitionner cet ensemble (E) pour en constituer des fichiers logiques.

III.2.2. - DETERMINATION DE L'ORGANISATION FONCTIONNELLE DES FICHIERS

L'ensemble des entrées ainsi déterminées permet d'obtenir par une suite de transformations les sorties désirées. La structuration de cet ensemble va nous conduire tout d'abord à classer ces rubriques d'entrée en deux catégories :

- celles dont la valeur est constante ou plutôt varie peu dans le temps. Elles seront introduites une seule fois dans le système et pourront servir à bon nombre de traitements. De telles rubriques constitueront ce qu'on appelle les fichiers permanents et seront appelées rubriques répétitives,

- celles dont la valeur varie à chaque traitement. Elles seront quant à elles à la base de la constitution des fichiers mouvements et appelées rubriques non répétitives.

Cette distinction amène à considérer l'ensemble des entrées (E) comme la réunion de deux sous-ensembles complémentaires disjoints correspondant à ces deux types de rubriques.

De ces deux sous-ensembles on va essayer de produire à partir de l'un, les fichiers mouvements, et à partir de l'autre, les fichiers permanents.

Pour la constitution des fichiers mouvements, nous allons procéder de la manière suivante ; toutes les rubriques non répétitives représentatives d'un événement donné seront groupées pour constituer la base d'un fichier. Si l'on se réfère à la grille d'information présentée ci-après, on peut remarquer que les informations "Cumul Cde", "Période", Qté commandée S/C/P/T" traduisent l'événement "commande client".

Elles vont donc rentrer dans la composition du fichier mouvement "Bon de Cde". Mais à elles seules, elles ne peuvent constituer le fichier dans son ensemble.

En effet, ces fichiers doivent permettre d'établir une correspondance avec d'autres fichiers, d'où la nécessité d'introduire dans ces fichiers certaines rubriques répétitives (informations entourées d'un cercle dans la grille d'information).

Par exemple, aux informations citées plus haut il faut ajouter le "Code Client", le "Numéro de série", le "Numéro de coloris, etc....

Pour les fichiers permanents, constitués uniquement de rubriques non répétitives, le problème est moins évident. Comment arriver à regrouper les rubriques pour en faire des fichiers. On peut concevoir que toutes les rubriques qui ont un caractère commun ou qui sont toujours utilisées en même temps constituent un fichier permanent.

L'application sur notre grille n'offre aucune difficulté du fait que toutes les rubriques concernées se divisent bien en deux sous-ensembles. En effet, il ne peut y avoir de lien ou d'utilisation commune entre le "Code Client" et le "Numéro de Série" ou la "Saison". Ce qui nous conduit dans notre cas à la constitution de deux fichiers, le fichier "Client" d'une part et le fichier "Catalogue" d'autre part.

Pour conclure en ce qui concerne l'organisation fonctionnelle des fichiers, nous allons présenter la grille d'informations du système réduite à la partie "Gestion des Commandes". Pour améliorer la présentation et pour respecter la logique de sa construction, nous allons la présenter en deux parties. La première va correspondre au recensement de toutes les informations de sortie ainsi qu'à la ventilation de ces dernières sur les documents de sortie. La deuxième sera une énumération de toutes les informations d'entrée nécessaires à l'élaboration des sorties et un regroupement de celles-ci en fichiers. Entre ces deux parties nous donnerons quelques exemples de décomposition d'algorithmes qui nous permettent de déterminer les informations d'entrée nécessaires pour obtenir les informations de sorties désirées.

Informations traitées	Informations de Sortie	Documents de Sortie					
		Feuille de situation	Clients non acheteurs	Clients restant à visiter	Clients acheteurs	Statistiques représentants	Prévisions de ventes
	Code client	X	X	X	X		
	Nom du client	X	X	X	X		
	Adresse client			X			
	Code représentant	X	X	X	X	X	
	Nom représentant					X	
	Période	X	X	X	X	X	X
	Saison	X	X	X	X	X	X
	N° Série	X					
	N° Coloris	X					
	N° Taille	X					
	Qté commandée s/c/p/t	X					
	Cumul Cde	X					
	Code non achat		X				
	Cacl a-1/sa		X	X	X		
	Nbpcl a-1/sa		X	X	X		
X	Cacl a/sa				X		
X	Nbpcl a/sa				X		
X	% Cacl sa				X		
X	% Nbpcl sa				X		
X	Nbpr a/sa/p					X	
X	Car a/sa/p					X	
X	Nbpr a/sa					X	
X	Car a/sa					X	
X	% Nbpr sa					X	
X	% Car sa					X	
X	Nbp a-1/sa						X
X	Ca a-1/sa						X
X	Nbp a/sa						X
X	Ca a/sa						X
X	Nbpclnv a-1/sa						X
X	Caclnv a-1/sa						X
X	% Nbp						X
X	% Ca						X
X	Nbp prévisionnel a/sa						X
X	Ca prévisionnel a/sa						X
	.						
	.						
	.						

DECOMPOSITION DES ALGORITHMES

- Cacl a/sa Chiffre d'affaire réalisé avec un client durant l'année présente au cours d'une saison

$$\text{Cacl a/sa} = \text{Cacl a/sa} + \text{Cacl a/sa/p} \quad \text{où}$$

$$\text{Cacl a/sa/p} = \sum_{s,c,t} (\text{Qté commandée s/c/p/t}) * \text{Prix unitaire}$$

$$\begin{aligned} \text{Prix unitaire} &= \text{PU} \quad \text{si Qté commandée s/c/p/t} < \text{Qté 1} \\ &= \text{PU1} \quad \text{si Qté 1} \leq \text{Qté commandée s/c/p/t} < \text{Qté 2} \\ &= \text{PU2} \quad \text{si Qté commandée s/c/p/t} \geq \text{Qté 2} \end{aligned}$$

Nous avons donc fait apparaître dans cette décomposition cinq informations d'entrée nouvelles : PU, PU1, PU2, Qté 1, Qté 2

- Nbpcl a/sa nombre de pièces client commandées l'année en cours, au cours d'une saison

$$\text{Nbpcl a/sa} = \text{Nbpcl a/sa} + \text{Nbpcl a/sa/p}$$

$$\text{où Nbpcl a/sa/p} = \sum_{s,c,t} \text{Qté commandée s/c/p/t}$$

Une fois que les entrées sont déterminées et structurées, il est naturel de s'attacher à concevoir le mécanisme qui va nous permettre d'arriver aux informations de sorties souhaitées.

III.3. DETERMINATION DE L'ORGANISATION FONCTIONNELLE DES TRAITEMENTS

La conception de l'organisation des traitements doit englober tous les flux d'informations de l'entreprise. Il n'est pas concevable néanmoins de proposer la construction simultanée de tous les traitements. Cette raison nous amène à décomposer le système proposé en sous-systèmes.

III.3.1 - DECOUPAGE EN SOUS-SYSTEMES

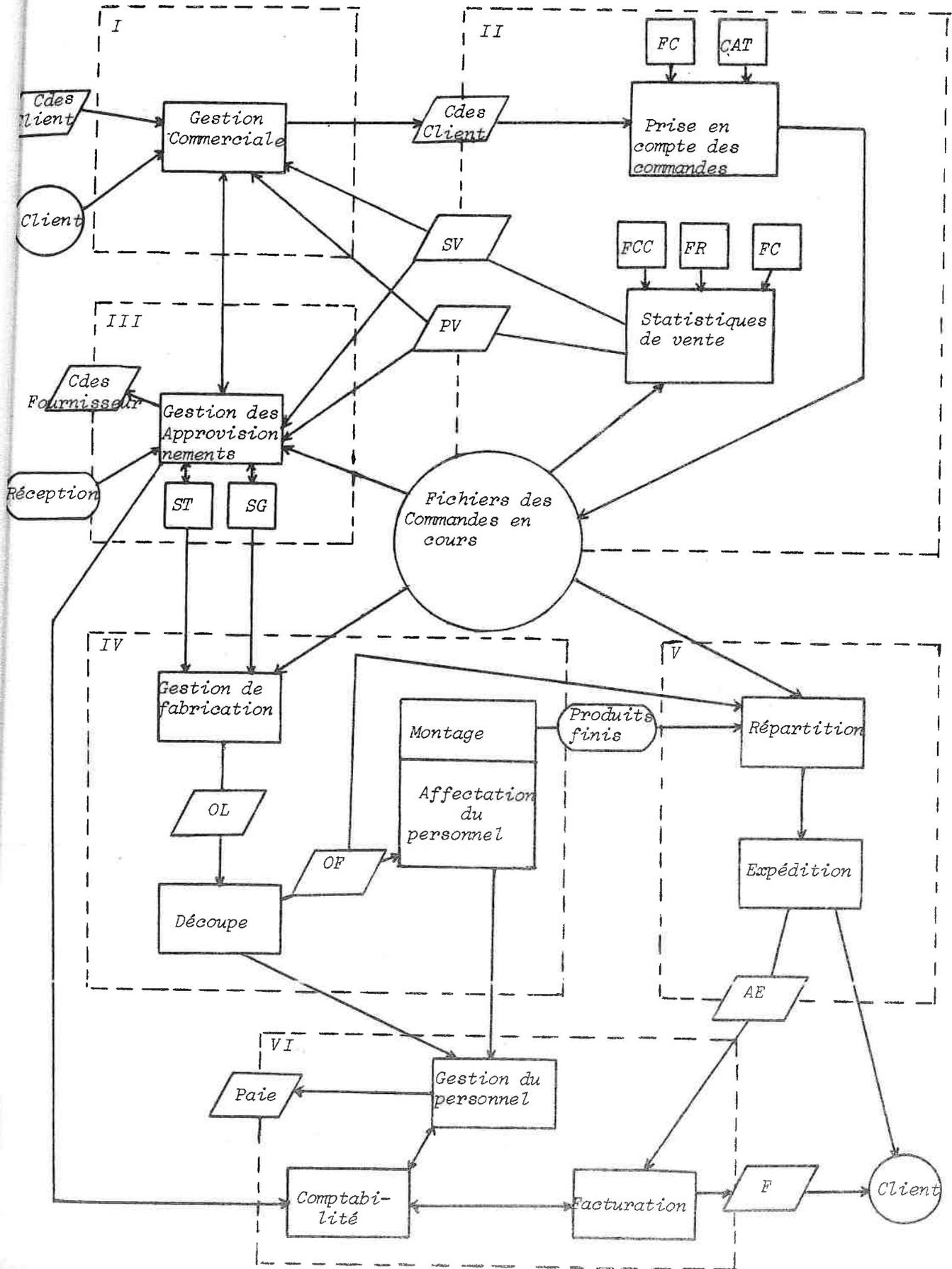
Ce découpage en sous-systèmes doit déjà préfigurer au niveau de la réalisation du schéma directeur et correspond en principe aux fonctions de l'entreprise.

Il est conçu de manière à indiquer le rôle des différents fichiers dans l'élaboration des sorties et dans la liaison entre les sous-systèmes.

Du système que nous avons proposé, nous pouvons dégager six sous-systèmes :

- I - Gestion Commerciale
- II - Gestion des Commandes
- III - Gestion des Approvisionnements
- IV - Gestion de Production
- V - Gestion des Expéditions
- VI - Gestion Administrative

Les liaisons de ces différents sous-systèmes est présenté dans le schéma ci-dessous :



Légende :

FCC	Fichier commandes clients	-	ST	Stock tissu
FR	Fichier représentants	-	SG	Stock garniture
FC	Fichier clients	-	OL	Ordre de lancement
CAT	Catalogue	-	OF	Ordre de fabrication
SV	Statistiques de ventes	-	F	Factures
PV	Prévisions de ventes	-	AE	Avis d'expédition

Le découpage du système en unités plus petites, les sous-systèmes, va nous permettre une étude indépendante de chacun d'eux.

III.3.2 - ETUDE DE L'ORGANISATION FONCTIONNELLE DES TRAITEMENTS AU NIVEAU D'UN SOUS-SYSTEME
 [REIX,(2)] , [CORIG A et B, (4)]

III.3.2.1 - INTRODUCTION

Chaque sous-système est appelé à réagir devant un certain nombre d'événements qui le concernent. Ces réactions, appelées "procédures", sont donc des réponses aux différents événements pouvant arriver au sous-système. Chacune de ces procédures se traduit par une succession de tâches à entreprendre. Certaines d'entre elles vont être faites par l'homme, d'autres par la machine. Ce partage des tâches entre l'homme et la machine va donner lieu à un ou plusieurs "pavés" machines. Ce sont ces pavés qui vont nous intéresser par la suite et donner lieu à une décomposition fonctionnelle des traitements.

III.3.2.2. - APPLICATION DE LA NOTION DE PROCEDURE AU SOUS-SYSTEME "GESTION DES COMMANDES"

Pour ce qui est des sous-systèmes en général on peut mettre en évidence deux types d'événements. Des événements dits "fréquents" qui donneront naissance à des procédures "principales" correspondant au 2/3 environ de l'activité du sous-système et des événements moins fréquents dont les

procédures secondaires devront donner réponse, ces dernières couvrant le reste des activités.

En se limitant ici au sous-système "gestion des Commandes" on s'aperçoit que l'on peut dégager deux procédures principales qui sont la procédure de "Reception des Commandes" et celle de "Statistiques de Vente".

Le déclenchement de la première va se faire toutes les semaines à date fixe et sera conditionné par l'arrivée de nouvelles commandes naturellement. La deuxième quant à elle sera déclenchée à des dates non fixées à l'avance et dépendant des besoins du Service Commercial.

Sur celles-ci viennent s'en greffer trois autres dites secondaires. Il s'agit des procédures "d'annulation de Cdes", de "modification de Cdes" et de "non achat".

Une fois que le recensement de ces procédures est effectué, il s'agit de déterminer la succession des tâches qui les traduisent. Ceci est fait sur ce qui est appelé un schéma logique des procédures. Sur un tel schéma apparaissent sur la largeur la liste des procédures du sous-système et dans la hauteur la liste des diverses tâches à effectuer. Ces dernières ont été classées en cinq catégories (décision, contrôles, mise à jour, traitements et éditions). L'exécution des différentes tâches d'une procédure se fera dans l'ordre séquentiel des numéros qui leur seront affectés.

SCHEMA LOGIQUE DU SOUS-SYSTEME II

<i>Procédures Tâches</i>	<i>Réception des Cdes</i>	<i>Statisti ques de Ventes</i>	<i>Annulation Cdes</i>	<i>Modifi cation Cdes</i>	<i>Non Achat</i>
<u>EVENEMENTS</u>					
<i>Arrivée Cdes + Date</i>	X				
<i>Date</i>		X			
<i>Arrivée annulation</i>			X		
<i>Arrivée modification</i>				X	
<i>Visite client non acheteur</i>					X
<u>DECISIONS</u>					
<i>Accepter</i>	①		1	1	
<i>Modifier</i>					
<u>CONTROLES</u>					
<i>Contrôle client</i>	④		③	③	②
<i>Contrôle Cdes</i>	⑦				
<i>Contrôle 3 Cdes</i>			⑤	⑤	
<u>MISE A JOUR</u>					
<i>Fichier Cdes</i>	⑧		⑥	⑥	
<i>Fichier client (FC)</i>	⑤				
<i>Fichier Cdes client (FCC)</i>		②	⑧	⑧	③
<i>Fichier représentant (FR)</i>		③	⑨	⑨	
<u>TRAITEMENTS</u>					
<i>Consultation fichier client (FC)</i>	③		②	②	①
<i>Consultation fichier catalogue (CAT)</i>	⑥				
<i>Consultation fichier Cdes</i>		①	④	④	
<u>EDITIONS</u>					
<i>Feuille de situation (FS)</i>	⑩				
<i>Etat des erreurs Cdes (EC)</i>	⑨		⑦	⑦	
<i>Etat statistiques par client (SC)</i>		④			④
<i>Etat statistiques par représentant (SR)</i>		⑤			
<i>Prévisions de ventes (PV)</i>		⑥			
<i>Accusé de réception (Annulation-modification) (AR)</i>	2		⑩	⑩	
<i>Etats clients non acheteurs (ECNA)</i>		⑦			
<i>Etats clients restant à visiter (ECRV)</i>		⑧			

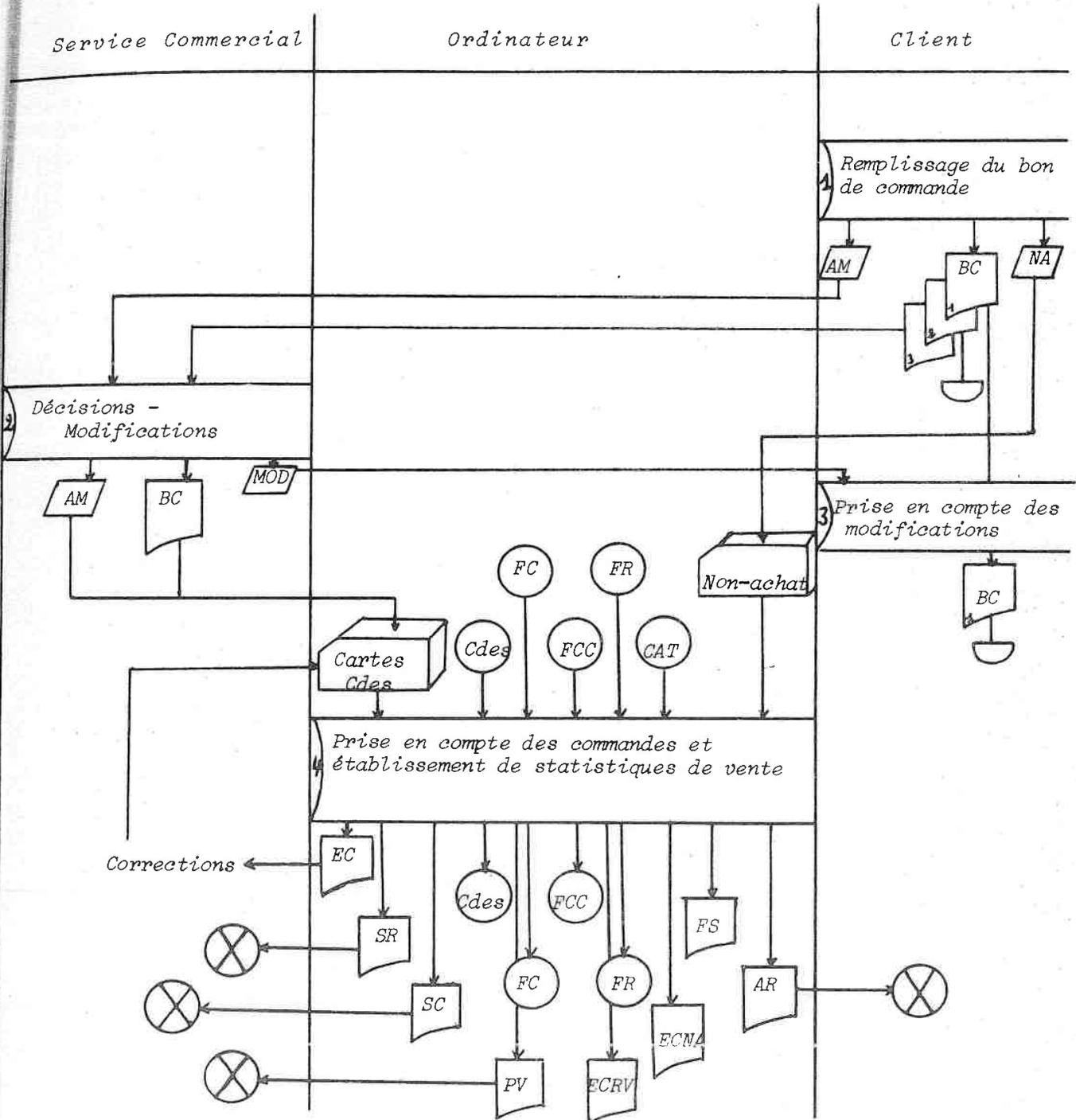
Après avoir déterminé l'ensemble des réactions que doit avoir un sous-système en face d'événements le concernant il s'agit de faire la distinction entre tâches automatisables et tâches incombant à l'homme.

Il faut remarquer tout d'abord qu'il existe certaines de ces tâches qui ne pourront pas être automatisables du fait de leur nature même. Il s'agit principalement de tâches de décision qui ne peuvent être confiées à la machine. Pour les autres le choix d'automatiser ou non sera guidé par le coût de l'opération.

Dans notre schéma on entourera d'un cercle le numéro d'ordre d'une tâche dont on aura décidé l'automatisation.

De ce schéma ainsi construit on va pouvoir en déduire un schéma de circulation dans lequel interviendra maintenant l'ordinateur.

SCHEMA DE CIRCULATION DU SOUS-SYSTEME "GESTION DES COMMANDES"



Nous avons dégagé de l'étude précédente la part de travail réservée à l'homme et celle réservée à la machine . Nous allons maintenant nous intéresser au pavé machine pour en dégager une logique des traitements.

III.3.2.3. - ORGANISATION FONCTIONNELLE DES TRAITEMENTS MACHINE

Il s'agit dans cette phase de l'analyse de chercher à définir les associations de fiches nécessaires pour l'obtention des sorties exigées par le sous-système.

La règle à appliquer va donc consister à regrouper les fichiers incidents jusqu'à ce que l'union logique des rubriques qu'ils contiennent puisse donner par application d'algorithmes les sorties souhaitées.

Les fichiers apparaissant au niveau du pavé ordinateur étant assez nombreux, il n'est pas évident de trouver l'ordre de leur apparition dans la chaîne de traitement. C'est pour cette raison que nous allons établir un tableau indiquant la chronologie pour chaque fichier de sortie.

III.3.2.3.1. - RECHERCHE DE LA CHRONOLOGIE DES FICHIERS

Ce tableau sera construit de la manière suivante.

Dans la première colonne on indique le code de toutes les versions de tous les fichiers utilisés. Dans

la colonne E on place une croix devant tous les fichiers d'entrée. Les fichiers de version n-1 seront en entrée et ceux de version n en sortie. Sur la première ligne, on va énumérer tous les fichiers de sortie. On placera ensuite dans chaque colonne correspondant à un fichier de sortie une croix en face des fichiers nécessaires à sa constitution.

La recherche de la chronologie des fichiers va se faire de la manière suivante.

Les fichiers d'entrée auront la chronologie 0. Les fichiers résultant de l'association de fichiers de chronologie 0 auront la chronologie 1. De manière plus générale les fichiers résultant de l'association de fichiers de chronologie 0 à i-1 auront la chronologie i

Appliquons ceci à notre cas.

TABLEAU DE RECHERCHE DE LA CHRONOLOGIE

III.3.2.3.2. - ORGANIGRAMME FONCTIONNEL DE LA CHAINE DE TRAITEMENT

La constitution d'un organigramme fonctionnel consiste à représenter sur un schéma les associations de fichiers nécessaires à l'élaboration des sorties demandées par le sous-système.

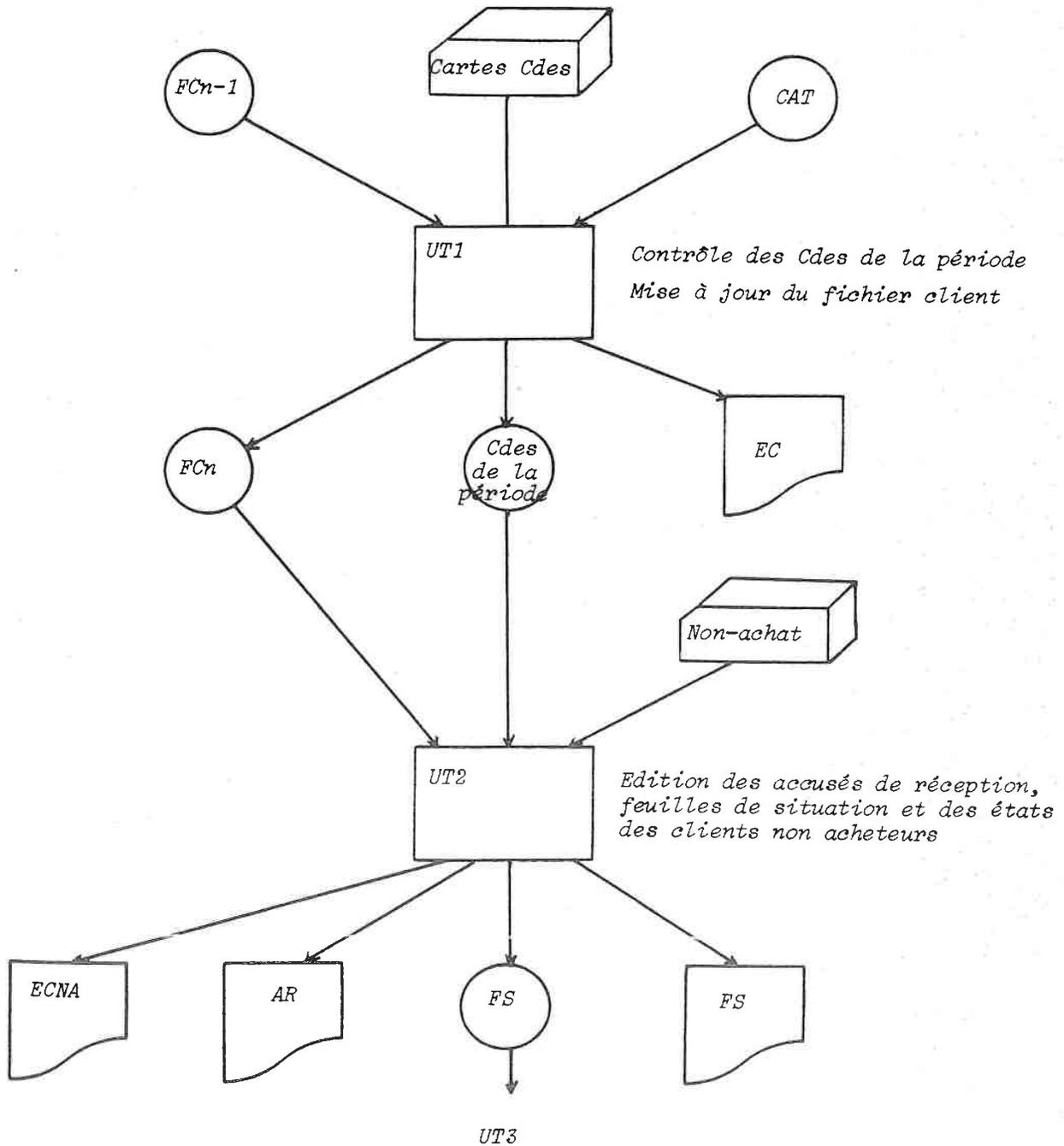
Le tableau de recherche de la chronologie des fichiers va donc contribuer pour une grande part à la construction de cet organigramme.

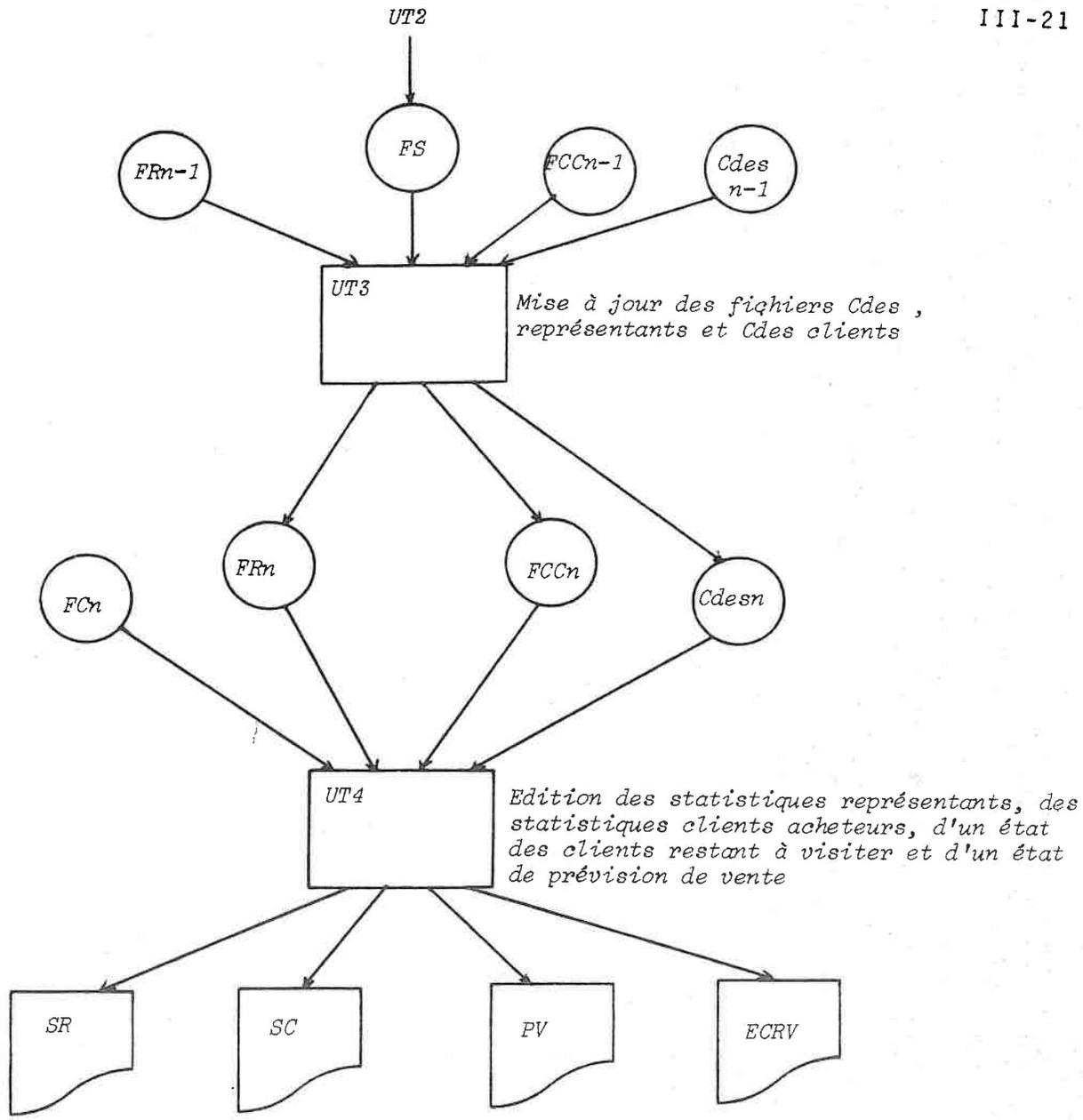
Dans un premier temps, nous allons vérifier sur ce tableau et à l'aide de la grille d'information (III.2.2) que les associations de fichiers sont possibles. Pour que ceci puisse se faire il faut qu'une rubrique au moins soit commune aux fichiers à associer ou qu'il existe une table de correspondance qui permette de passer de l'un à l'autre.

Si l'on se reporte au tableau de chronologie dans la colonne du fichier FRn par exemple, on s'aperçoit qu'il faut que l'on puisse établir un lien entre le fichier FRn-1 et le fichier FS. On constate sur la grille d'information que ce lien sera possible par l'intermédiaire de la rubrique "Code Représentant". Si cela n'avait pas été le cas il aurait fallu compléter les fichiers en répétant les rubriques nécessaires (complémentation de la grille d'information) de manière à ce que la correspondance entre les fichiers puisse s'effectuer.

Une fois cette vérification faite, nous allons dans un deuxième temps décomposer l'ensemble du traitement en unités de traitement. Chaque unité étant chargée de produire tous les fichiers de sortie de même chronologie. En ce qui concerne notre cas nous allons trouver quatre unités de traitement qui vont apparaître dans l'ordre de la chronologie des fichiers de sortie qu'elles produisent.

L'organigramme fonctionnel de la chaîne de "gestion des commandes" se présente donc de la manière suivante :





CONCLUSION

L'étude faite sur le sous-système de "gestion des commandes" a été poursuivie au delà de la phase d'analyse fonctionnelle.

Nous avons ainsi déterminé, au niveau de l'analyse organique, une chaîne de 21 programmes dont 8 tris. Les programmes spécifiques de cette chaîne ont été écrits en Cobol et la chaîne a été testée au Centre de Calcul de Nancy (IUCA) sur CII 10070.

Les tests ont été effectués tout d'abord sur un jeu d'essai fictif puis sur un jeu d'essai réel qui prenait en compte les commandes de deux représentants sur toute une saison soit 1400 lignes de commandes correspondant à 44 clients.

Le temps de passage de cette chaîne dépend évidemment du matériel sur lequel on la passe.

Nous pouvons à titre d'indication donner le temps de passage de la chaîne sur le jeu d'essai réel concernant ces deux représentants, il avoisine les 12 minutes en comptant le temps de compilation des programmes. Ce temps tout à fait relatif ne peut en aucun cas nous donner une idée précise de la durée totale d'exécution de la chaîne, compilation exclue et n'a de signification que par rapport au matériel sur lequel il est déterminé.

DEUXIEME PARTIE

*AFFECTATION DU PERSONNEL DE QUALIFICATIONS MULTIPLES AUX
OPERATIONS DE MONTAGE*

INTRODUCTION

Le problème que nous allons développer dans cette partie rentre dans le cadre du sous-système "Gestion de Production" défini au chapitre II de la première partie concernant le pavé "Affectation du personnel".

Il s'agit à ce niveau de répartir le travail à un ensemble de personnes de manière à ce que le rendement de l'atelier de montage soit le meilleur possible en tenant compte de certaines contraintes concernant le personnel d'une part et le travail à fournir d'autre part.

En effet, après la phase de découpe des articles d'une série, le travail suivant consiste à monter les pièces ainsi découpées pour en constituer des articles finis. Le montage d'un modèle se faisant par une suite d'opérations, il convient d'affecter chaque personne à une ou plusieurs opérations, cette affectation étant réalisée en fonction des possibilités du personnel et du type du travail à fournir.



CHAPITRE IV

*PRESENTATION ET FORMULATION DU PROBLEME D'AFFECTION
DU PERSONNEL DE QUALIFICATIONS MULTIPLES*

INTRODUCTION

L'objet de ce chapitre est de définir de manière plus précise le problème posé dans l'introduction précédente et de le formuler.

Cette formulation nous conduira par la suite dans les chapitres suivants à la résolution de ce problème d'affectation.

IV. 1. DEFINITION DU PROBLEME

IV.1.1 - LA GAMME DE FABRICATION

A chaque série à lancer en fabrication correspond une gamme de fabrication qui est la suite des opérations qui permet partant de pièces découpées d'arriver à la constitution d'un modèle fini.

Une gamme de fabrication peut être représentée de manière graphique de la façon suivante.

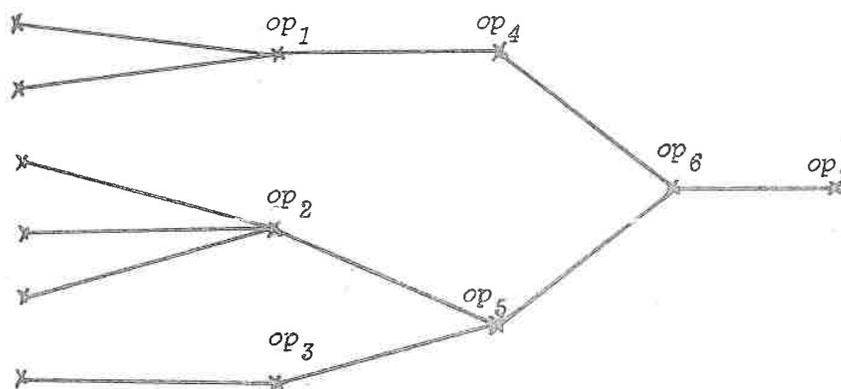


fig. 1

On obtient ce que l'on pourrait appeler une arborescence inverse qui comporterait plusieurs racines en l'occurrence les pièces coupées provenant de l'atelier de découpe et une seule feuille représentant les produits finis.

Les noeuds quant à eux représentent les différentes opérations à effectuer permettant à partir des racines d'arriver à la feuille.

Toutes les opérations d'un même niveau de l'arborescence seront des opérations pouvant être faites en parallèle dans le temps.

Sur la fig. 1 proposée précédemment les opérations op_1 , op_2 et op_3 sont des opérations pouvant être effectuées en même temps donc figurant sur un même niveau.

IV.1.2 - LE PERSONNEL A AFFECTER

Parmi l'ensemble du personnel de l'entreprise dépendant de l'atelier de montage, on peut extraire un ensemble P de personnes présentes au début de la fabrication considérée. Dans cet ensemble P on va déterminer des sous-ensembles P_1, P_2, \dots, P_n définis de la manière suivante:

Soient x et y sont deux éléments de P
Si x et y sont capables de faire les mêmes opérations prises parmi les n opérations à effectuer dans la série considérée, on dira qu'ils appartiennent au même sous-ensemble P_i .

Les sous-ensembles P_i ainsi définis sont deux à deux disjoints du fait de la définition qu'on leur en a donné.

Par la suite nous représenterons ces ensembles sur un tableau.

IV.1.3 - CIRCUIT DE TRANSFORMATION DE LA MATIERE PREMIERE

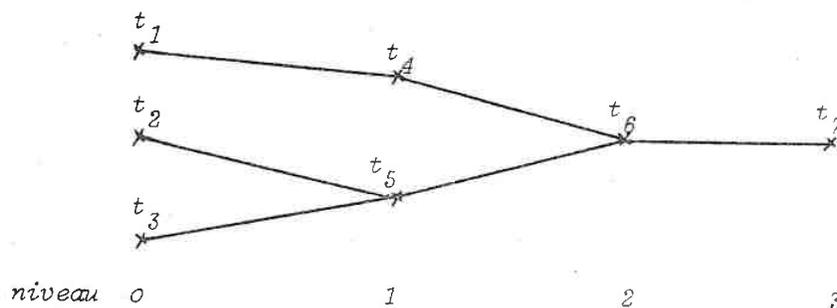
IV.1.3.1 - DEFINITION ET REPRESENTATION DES CELLULES DE TRAVAIL.

Définition | On appellera cellule de travail t_j l'ensemble des personnes affectées à une même opération o_j ($j \in [1,m]$)

Il existe donc une bijection entre l'ensemble T des cellules de travail et l'ensemble O des opérations.

Nous allons donc pouvoir représenter les cellules de travail de la même façon que nous avons représenté les opérations auxquelles elles sont affectées.

En reprenant l'exemple de la figure 1 on obtient



IV.1.3.2 - CIRCULATION DE LA MATIERE ENTRE LES CELLULES.

Les cellules de travail figurant sur un même niveau peuvent fonctionner en parallèle mais ne pourront commencer à travailler qu'à partir du moment où les cellules en amont c'est à dire celles se trouvant au niveau antérieur dans la représentation proposée pourront leur fournir matière à travail.

Regardons plus précisément ce qui se passe au niveau d'une cellule de travail.

Cette cellule est alimentée en produits semis finis provenant d'une ou plusieurs cellules placées au niveau antérieur par rapport au niveau de celle-ci.

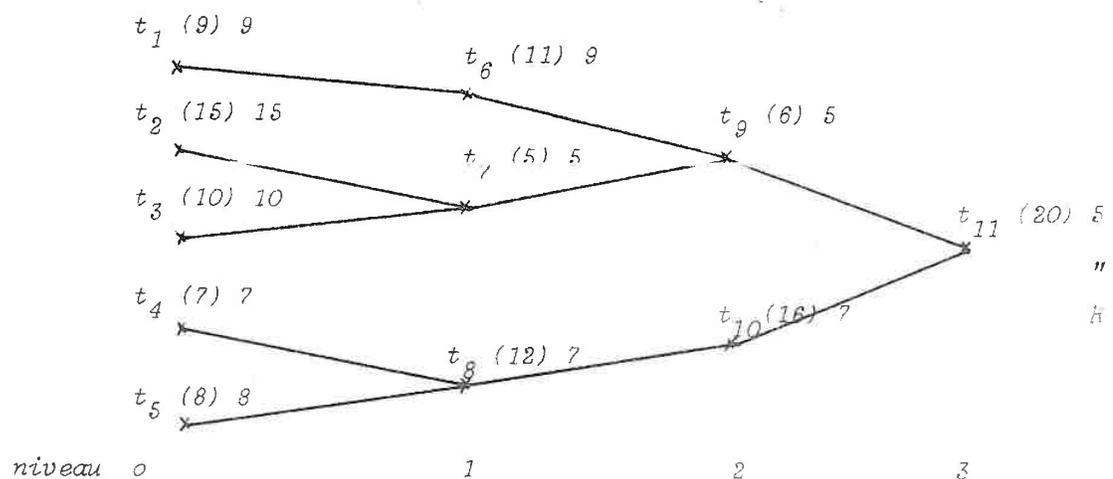
Définition | On appellera rendement d'une cellule la quantité de pièces produites par elle par unité de temps.

Désignons par n_j le nombre de personnes composant la cellule t_j et par d_j la quantité de pièces exécutées par une personne par unité de temps pour l'opération o_j .

Le rendement maximum de la cellule t_j sera donc égal à $n_j d_j$. Le rendement réel quant à lui, c'est à dire la quantité de pièces réellement produites par unité de temps, sera lui fonction du rendement maximum d'une part et de l'apport de matière provenant des cellules situées en amont.

En effet une cellule ne peut fabriquer plus de pièces qu'elle ne peut produire ou que celles correspondant aux composantes arrivant des cellules du niveau antérieur.

IV.1.3.2.1 EXEMPLE D'ILLUSTRATION



() représente le rendement maximum de la cellule (donnée)
 [] son rendement réel (à calculer)

Explicitons ce qui se passe en t_9

- Cette cellule peut produire 6 pièces par unité de temps ce qui correspond à son rendement maximum.
- Pour monter 1 pièce à ce niveau il faut une pièce provenant de t_6 et une pièce provenant de t_7
- Compte tenu du rendement de ces deux cellules t_9 ne pourra monter que 5 pièces par unité de temps au maximum.

5 pièces par unité de temps correspond donc au rendement réel de la cellule t_9 puisque son rendement maximum est supérieur.

IV.1.3.2.2 EXPRESSION MATHÉMATIQUE DU RENDEMENT DE L'ATELIER

Nous nous apercevons qu'en raisonnant sur toutes les cellules comme nous l'avons fait sur t_9 , le rendement de l'atelier correspond au rendement réel de t_{11} , c'est à dire à 5. Cette valeur 5 apparaît comme étant le minimum des rendements maximums de toutes les cellules.

Démontrons que $R = \min_j (rm_j)$ par récurrence.

Désignons par R_r le rendement réel du niveau r et par Γ_r l'ensemble des cellules situées sur ce niveau et les niveaux antérieurs à celui-ci.

$$R_0 = \min_{t_j \in \Gamma_0} (rm_j)$$

Supposons maintenant que $R_{r-1} = \min_{t_j \in \Gamma_{r-1}} (rm_j)$

et déterminons la valeur de R_r

$$R_r = \min (R_{r-1}, \min_{t_j \in \Gamma_r - \Gamma_{r-1}} (rm_j))$$

$$R_r = \min (\min_{t_j \in \Gamma_{r-1}} (rm_j), \min_{t_j \in \Gamma_r - \Gamma_{r-1}} (rm_j))$$

d'où $R_r = \min_{t_j \in \Gamma_r} (rm_j)$

par conséquent $R = \min_j (rm_j)$

IV.1.4 - ENONCE DU PROBLEME POSE PAR L'AFFECTATION DU PERSONNEL

Il s'agit connaissant tout ce qui a été dit précédemment d'affecter le personnel aux différentes opérations ou encore de déterminer la composition des cellules t_j de manière à ce que le rendement réel de l'atelier soit le meilleur possible ceci constituant notre objectif principal

Cette affectation se fera en tenant compte d'un certain nombre de contraintes qui sont :

- c1. Toute personne doit être affectée à une opération au moins
- c2. Toutes les opérations doivent être effectuées
- c3. Pour assurer une bonne rentabilité de l'atelier aucun goulot d'étranglement provoquant un ralentissement de la production aux niveaux postérieurs ne doit apparaître sauf impossibilité.

Remarque En fait on s'aperçoit que la contrainte c3 fera que la contrainte c2 sera satisfaite automatiquement ($c3 \Rightarrow c2$). Dans la suite nous ne ferons plus référence à la contrainte c2.

IV. 2. FORMULATION DU PROBLEME POSE.IV.2.1 - REPRESENTATION DU PROBLEME EN UTILISANT UN TABLEAU

Considérons un tableau rectangulaire ($n \times m$).

Les lignes de ce tableau vont correspondre aux ensembles P_i et les colonnes aux opérations o_j .

Une case (i,j) de ce tableau va être associée au couple (P_i, o_j) .

Elle sera entourée d'un cercle si l'ensemble des personnes composant l'ensemble P_i est capable d'effectuer l'opération o_j et dans ce cas elle sera dite "admissible".

Nous compléterons ce tableau en ajoutant une colonne supplémentaire dans laquelle figurera pour chaque ligne i le nombre a_i de personnes de l'ensemble P_i et une ligne supplémentaire dans laquelle on rangera pour chaque colonne le nombre d_j défini au § IV.1.3.2 (nombre de pièces effectuées en moyenne par une personne et par unité de temps.

EXEMPLE

P	o_1	o_2	o_3	o_4	o_5	o_6	o_7	a_i
P_1	○		○	○		○		1
P_2		○			○	○		3
P_3	○	○	○				○	5
P_4	○			○	○		○	1
P_5		○		○		○		2
d_j	12	8	4	7	5	10	7	

Dans la ligne 2 par exemple 3 personnes peuvent effectuer les opérations o_2 , o_5 et o_6

IV.2.2 - FORMULATION MATHEMATIQUE DU PROBLEME

Désignons par I_j l'ensemble des indices de lignes des cases "admissibles" de la colonne j et par J_i l'ensemble des indices de colonnes des cases "admissibles" de la ligne i .

D'autre part, notons par f_{ij} la variable désignant le nombre de personnes de l'ensemble P_i affectées à l'opération o_j .

Ces quelques définitions amènent déjà deux remarques :

- $f_{ij} = 0$ pour les cases autres que les cases "admissibles", aucune personne ne pouvant être affectée à une case "non admissible".

$$f_{ij} = 0 \quad j \notin J_i \quad \forall i \in [1, n]$$

- $f_{ij} \geq 0$ pour les cases "admissibles"

$$f_{ij} \geq 0 \quad j \in J_i \quad \forall i \in [1, n]$$

Nous désignerons enfin par case "admissible marquée" une case (i, j) "admissible" pour laquelle $f_{ij} > 0$

Il ne nous reste plus maintenant qu'à exprimer les deux contraintes $c1$ et $c3$ et notre objectif principal pour que notre problème soit formulé mathématiquement.

IV.2.2.1 TRADUCTION DE LA CONTRAINTE $c1$

Toute personne doit être affectée à une opération

En d'autres termes pour chaque ensemble P_i la totalité des personnes affectées aux différentes opérations de la ligne i doit correspondre au nombre de personnes composant

l'ensemble P_i d'où
$$\sum_{j \in J_i} f_{ij} = a_i \quad \forall i$$

IV.2.2.2 TRADUCTION DE L'OBJECTIF ET DE LA CONTRAINTE c3

Le fait de n'admettre aucun goulot d'étranglement au niveau d'une cellule signifie que l'on recherche à uniformiser les valeurs des différents rendements réels des cellules de travail.

Notre contrainte va donc nous amener à maximiser le minimum des rendements maximums des cellules.

$$\max (\min_j (rm_j))$$

$$\text{or } R = \min_j (rm_j)$$

La contrainte imposée va donc dans le sens de l'objectif que l'on s'était fixé au départ qui est de maximiser R .

Il faut naturellement traduire le fait que R est le minimum des rm_j

$$R = \min_j (rm_j) = \min_j n_j d_j \quad n_j = \sum_{i \in I_j} f_{ij}$$

En exprimant le fait que R est inférieur à tout produit $n_j d_j \quad \forall j$ on traduira le fait que R est le minimum de ces quantités.

$$\text{donc } R \leq n_j d_j \quad \forall j$$

$$\text{or } n_j = \sum_{i \in I_j} f_{ij} \quad \text{d'où } R \leq d_j \sum_{i \in I_j} f_{ij} \quad \forall j$$

La contrainte c3 et l'objectif s'expriment donc par les expressions suivantes :

$$R - d_j \sum_{i \in I_j} f_{ij} \leq 0 \quad \forall j$$

$$\max R$$

IV.2.2.3 RESUME DE FORMULATION DU PROBLEME

$$\sum_{j \in J_i} f_{ij} = a_i \quad \forall i \quad i \in [1, n] \quad (1)$$

$$\frac{R}{d_j} - \sum_{i \in I_j} f_{ij} \leq 0 \quad \forall j \quad j \in [1, m] \quad (2)$$

$$f_{ij} \geq 0 \quad \forall i \quad \forall j \in J_i \quad (3)$$

$$\max R$$

Les inconnues sont les f_{ij} et R

Remarque (concernant la valeur des variables f_{ij})

On pourrait imposer aux variables f_{ij} d'être entières puisqu'elles représentent un nombre de personnes. Montrons néanmoins qu'une solution à valeurs f_{ij} réelles reste une solution admissible.

Supposons que l'on arrive pour un cas donné à la solution partielle suivante :

	o_1	o_2	o_3	a_i
P_i	1,8		1,2	3

Nous allons très bien pouvoir admettre cette solution en disant qu'une personne de P_i sera affectée à l'opération o_1 , une autre à l'opération o_3 et que la troisième consacra $8/10$ de son temps à l'opération o_1 et $2/10$ à l'opération o_3 .

Nous n'imposerons donc pas aux variables f_{ij} d'être entières. Elles pourront donc prendre des valeurs quelconques positives ou nulles.

CHAPITRE V

*RESOLUTION DU PROBLEME D'AFFECTION DU PERSONNEL
DE QUALIFICATIONS MULTIPLES*

INTRODUCTION

Le but de ce chapitre est de proposer un algorithme de résolution du problème d'affectation formulé au chapitre précédent.

Il est bien évident que la formulation sur laquelle nous sommes arrivés correspond à un problème de programmation linéaire qui peut être aisément résolu par la méthode du simplexe.

Nous proposons ici une autre méthode de résolution plus simple dans sa conception.

V. 1. RESOLUTION DU PROBLEME D'AFFECTION

Au départ aucune personne n'est affectée.

Dans un premier temps on va affecter l'ensemble du personnel en satisfaisant aux contraintes ① et ② tout en essayant de satisfaire au mieux l'objectif poursuivi qui est de maximiser R.

Cette première affectation va constituer ce que l'on appellera la solution de base du problème.

Partant de cette solution on va essayer d'atteindre notre objectif tout en respectant ① et ② ce qui nous conduira à une solution dont il faudra démontrer qu'elle correspond bien la solution optimale.

V.1.1 - RECHERCHE DE LA SOLUTION DE BASE

Cette recherche de la solution de base va s'effectuer en trois étapes de manière à répondre au mieux au but poursuivi.

V.1.1.1 1ERE ETAPE : AFFECTATION DU PERSONNEL NE
POUVANT EFFECTUER QU'UNE SEULE
OPERATION

Aucun choix d'opérations ne pouvant être effectué pour ce personnel il est préférable de l'affecter au départ. L'affectation de ce personnel sera donc définitive puisqu' aucune autre possibilité ne nous est offerte.

En raisonnant sur le tableau cela va consister à rendre "admissibles marquées" les cases "admissibles" qui se trouvent seules sur une ligne. Ceci va se traduire par le fait de reporter à l'intérieur de ces cases les nombres a_i correspondant aux lignes i associées à celles-ci

d'où $f_{ij} = a_i \quad j \in J_i \quad \forall i$ pour lesquels $\text{card } J_i = 1$

V.1.1.2 2EME ETAPE : AFFECTATION DU PERSONNEL SEUL
CAPABLE D'EFFECTUER UNE OPERATION

Pour éviter que ce personnel, que l'on pourrait nommer personnel qualifié, ne soit affecté à d'autres opérations on va procéder à son affectation à condition qu'elle n'ait pas eu lieu au cours de la 1ère étape.

Ceci revient à rendre "admissibles marquées" les cases (i,j) "admissibles" se trouvant seules sur une colonne en reportant à l'intérieur de ces cases le nombre a_j (à condition qu'aucune affectation n'ait été faite sur cette ligne i)

$$f_{ij} = a_j \quad i \in I_j \quad \text{si} \quad \sum_{l \in J_j} f_{lj} = 0 \quad \forall j \quad \text{pour lesquels} \\ \text{card } I_j = 1$$

V.1.1.3 3EME ETAPE : AFFECTATION DU RESTE DU PERSONNEL

Il reste maintenant à affecter tout le personnel ne l'ayant pas encore été au cours des deux premières étapes.

Cette affectation va avoir pour but de satisfaire à la contrainte ① et parallèlement d'essayer de faire progresser la valeur de R en respectant la contrainte ②.

Pour satisfaire à l'objectif de cette 3ème étape nous allons procéder de la manière suivante :

Pour chaque ligne i pour laquelle la condition ① n'est pas vérifiée

Nous allons rendre "admissible marquée" une des cases (i,j) "admissibles" de cette ligne en faisant progresser le minimum des quantités $n_j d_j$ pour $j \in J_i$

Une fois cette étape terminée on est en présence d'une solution dite "de base" qui remplit les conditions ① et ②.

Il reste maintenant à essayer de maximiser R pour atteindre la solution optimale.

V.1.2 - RECHERCHE D'UNE SOLUTION OPTIMALE

Le problème que l'on va essayer de résoudre maintenant est de réorganiser la répartition des cases "admissibles marquées" de manière à faire progresser la valeur de R.

L'idée qui va nous permettre de réaliser ceci est

la suivante :

Essayer de diminuer des n_k correspondant aux quantités $n_k d_k$ qui sont grandes au profit des nombres n_l correspondant à des quantités $n_l d_l$ petites.

Cette étape de recherche de la solution finale va se dérouler en une suite d'itérations. Chaque itération ayant pour but de faire progresser la valeur de R.

La fin de cette étape interviendra quand il ne sera plus possible d'augmenter cette dernière.

V.1.2.1 - DEROULEMENT D'UNE ITERATION

V.1.2.1.1 PRINCIPE DE DEROULEMENT D'UNE ITERATION

Au cours de chaque itération il va falloir augmenter un n_l d'un certain nombre $b > 0$ et diminuer un n_k de la même valeur b de manière à envisager une progression de R.

L'indice l sera pris parmi ceux correspondant à la quantité $n_l d_l$ minimale puisqu'il s'agit de faire progresser R.

L'indice k quant à lui devra satisfaire à un certain nombre de critères qui sont les suivants :

- $n_k d_k$ ne doit pas correspondre à un minimum .
- il faut qu'il y ait une possibilité de diminuer n_k au profit de n_l . Ceci va se traduire par le fait qu'il va falloir qu'il existe un chemin ayant comme support une ligne i du tableau et comme extrémités une case (i,l) "admissible" sur la colonne l et une case (i,k) "admissible marquée" sur la colonne k . Nous pouvons traduire ceci par la proposition suivante :

pour l fixé il faut choisir k de telle façon qu'il
 $\exists i \in I_1 \cap I_k$ tel que $f_{ik} > 0$

Une fois qu'un couple d'indice (l,k) a été choisi il convient de déterminer la valeur de b.

V.1.2.1.2 CHOIX DE LA VALEUR DE b

b représente la valeur dont va diminuer la variable f_{ik} par conséquent il faut déjà que

$$b \leq f_{ik} \quad (r)$$

Une deuxième contrainte apparait du fait qu'il s'agit de diminuer n_k dans des proportions convenables pour assurer l'augmentation maximale de R. Nous traduirons ceci en essayant de réduire dans les limites imposées par la contrainte précédente la différence entre les nouvelles valeurs des quantités $n_k d_k$ et $n_l d_l$, b devra donc satisfaire à la contrainte (s) suivante :

$$(n_k - b) d_k - (n_l + b) d_l \text{ minimum et } \geq 0 \quad (s)$$

La valeur de b choisie pour satisfaire à (r),(s) sera donc unique et donnée par l'expression suivante :

$$b = \min \left(f_{ik}, \frac{n_k d_k - n_l d_l}{d_k + d_l} \right)$$

V.1.2.1.3 DETERMINATION DES NOUVELLES VALEURS DES f_{ij} et R

Au cours d'une itération seules ont changé les valeurs des variables f_{il} et f_{ik} , toutes les autres n'ayant subi aucune modification.

$$\begin{aligned}
 \text{d'où} \quad f_{i1} &= f_{i1} + b \\
 f_{ik} &= f_{ik} - b \\
 f_{ij} &= f_{ij} \quad \forall j \neq 1, k \\
 f_{pj} &= f_{pj} \quad \forall p \neq i \quad \forall j \in J_p
 \end{aligned}$$

Il est à noter que la contrainte ① $\sum_{j \in J_i} f_{ij} = a_i \quad \forall i$

est toujours respectée. En effet le transfert de la valeur b ne s'est fait que sur une ligne donc la somme des f_{ij} sur cette ligne n'a pas variée.

Après la détermination des nouvelles valeurs des f_{ij} on peut affirmer que R reste inférieur à $\min_j (d_j n_j)$ puisque la ou une des quantités $n_j d_j$ minimales a augmenté.

Il s'agit de maximiser R . Désignons donc par r l'augmentation possible de R au cours de l'itération.

La contrainte ② nous impose :

$$\begin{aligned}
 (r+R) &\leq n_j d_j \quad \forall j \\
 \text{d'où} \quad (r+R) &\leq \min_j (n_j d_j)
 \end{aligned}$$

Or $r+R$ représente la nouvelle valeur de R par conséquent nous la prendrons égale à la valeur suivante

$$R = \min_j (n_j d_j)$$

pour aller dans le sens de l'objectif fixe.

V.1.2.2 DETERMINATION DE LA FIN DES ITERATIONS

La fin des itérations sera effective quand il ne sera plus possible de réorganiser les cases "admissibles marquées" pour permettre une augmentation de R .

Nous aurons donc déterminé une solution quand nous n'arriverons plus à trouver un chemin reliant une case "admissible" d'une colonne l où $n_l d_l$ est minimum à une case "admissible marquée" d'une colonne k où $n_k d_k$ n'est pas minimum.

Peut-on montrer que la détermination de cette solution se fait en un nombre fini d'itérations en d'autres termes y-a-t-il convergence du processus itératif.

D'autre part peut-on affirmer que la solution obtenue par l'algorithme correspond bien à la solution optimale attendue.

Nous allons étudier ceci dans le paragraphe suivant .

V. 2. ETUDE DE CONVERGENCE ET D'OBTENTION DE LA SOLUTION OPTIMALE

V.2.1. - EXEMPLE D'ILLUSTRATION DE NON CONVERGENCE EN UN NOMBRE FINI D'ITERATIONS

L'algorithme précédemment proposé ne fournit pas toujours une solution en un nombre fini d'itérations. Nous allons le prouver sur l'exemple qui suit.

Soit à affecter six personnes, réparties en deux ensembles P_1 et P_2 , à trois opérations o_1, o_2 et o_3 . Chacun de ces ensembles comporte une seule personne. Les nombres a_j , d_j et les cases "admissibles" sont donnés par le tableau suivant :

	a_j			
P_1				1
P_2				1
d_j	1	1	1	

La première partie de l'algorithme, recherche d'une solution de base, nous donne les résultats suivants :

$$f_{11} = 1 \text{ et } f_{23} = 1$$

	a_i			
P_1	1			1
P_2			1	1
d_j	1	1	1	
$n_j d_j$	1	0	1	

La deuxième partie de l'algorithme proposé va donner lieu à la suite des itérations suivantes :

- transfert de la case (1,1) à la case (1,2) de la valeur 0,5

	a_i			
P_1	0,5	0,5		1
P_2			1	1
d_j	1	1	1	
$n_j d_j$	1/2	1/2	1	

- transfert de la case (2,3) à la case (2,2) de la valeur 0,25

	a_i			
P_1	0,5	0,5		1
P_2		0,25	0,75	1
d_j	1	1	1	
$n_j d_j$	1/2	3/4	3/4	

- transfert de la case (1,2) à la case (1,1) de la valeur 0,125

	a_i		
P_1	0,625	0,375	1
P_2		0,25	0,75
d_j	1	1	1
$n_j d_j$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{8}$	5/8	3/4

- etc...

Nous remarquons que la quantité $n_1 d_1$ correspond à la somme partielle de la série $\frac{1}{2^{2n+1}}$

A l'itération t la quantité $n_1 d_1$ aura la valeur

$$S_{[t/2]} = \sum_{i=0}^{[t/2]} \frac{1}{2^{2i+1}} \quad t \geq 0$$

Il est bien évident alors que la valeur $2/3 (=S_{\infty})$ solution optimale du problème proposé, ne sera pas atteinte en un nombre fini d'itérations.

Nous allons dans ce qui suit essayer de montrer qu'il est toujours possible d'obtenir la solution optimale à ϵ près en un nombre fini d'itérations.

V.2.2. - DEMONSTRATION D'OBTENTION DE LA SOLUTION OPTIMALE A ϵ PRES EN UN NOMBRE FINI D'ITERATIONS

Pour démontrer ceci nous allons utiliser la technique de dualité qui consiste à déterminer le problème dual du problème posé et à utiliser les conditions d'optimalité concernant les solutions de ces dernières.

V.2.2.1 - RAPPELS CONCERNANT LA DUALITE [LEGRAS, (5)]

V.2.2.1.1. - FORMULATION DU PROBLEME PRIMAL ET DUAL

Le problème primal va consister à rechercher le maximum d'une fonction f de n variables x_1, x_2, \dots, x_n (inconnues)

$$\text{où } f = CX = \sum_{i=1}^n c_i x_i$$

ceci en respectant deux types de contraintes, bilatérales et unilatérales.

Les contraintes bilatérales au nombre de k ($k \geq 0$) auront la forme suivante

$$A_{j_1} X = b_{j_1} \quad j_1 \in \gamma_1$$

Les contraintes unilatérales au nombre de $p-k$ ($p \geq k$) quant à elles s'exprimeront de la manière suivante

$$A_{j_2} X \leq b_{j_2} \quad j_2 \in \gamma_2$$

avec $A_j X = \sum_{i=1}^n a_j^i x_i$, γ_1 (resp. γ_2) l'ensemble des indices des contraintes bilatérales (resp. unilatérales).

Nous allons supposer de plus que pour certaines inconnues dont les indices appartiennent à l'ensemble δ_2 ($\delta_2 \subset [1, n]$) il existe une contrainte de signe du type

$$x_{i_2} \geq 0 \quad i_2 \in \delta_2$$

Tout ceci constitue l'énoncé du problème primal. Définissons maintenant le dual de ce dernier.

Soient p variables y_1, y_2, \dots, y_p où p représente le nombre de contraintes bilatérales et unilatérales du problème primal.

Aucunes contraintes de signe ne seront imposées sur les variables y_{j_1} pour $j_1 \in \mathcal{J}_1$. Par contre les autres variables devront toutes être positives ou nulles.

$$y_{j_2} \geq 0 \quad j_2 \in \mathcal{J}_2$$

Le problème dual sera également caractérisé par des contraintes bilatérales et unilatérales de la forme suivante :

$$\begin{aligned} A^{i_1} Y &= c_{i_1} & i_1 \in \mathcal{J}_1 & \quad \text{avec} & \quad A^i Y = \sum_{j=1}^p a_{ij} y_j \\ \text{et} \quad A^{i_2} Y &\geq c_{i_2} & i_2 \in \mathcal{J}_2 & \quad \mathcal{J}_1 = \mathcal{C} \mathcal{J}_2 & \quad [1, n] \end{aligned}$$

L'objectif sera ici la minimisation de la fonction g suivante :

$$g = \sum_{j=1}^p b_j y_j$$

RESUME :

Problème Primal

$$\begin{aligned} \max \quad & C.X \\ \left. \begin{aligned} A_{j_1} \cdot X &= b_{j_1} & j_1 \in \mathcal{J}_1 \\ A_{j_2} \cdot X &\leq b_{j_2} & j_2 \in \mathcal{J}_2 \\ x_{i_2} &\geq 0 & i_2 \in \mathcal{J}_2 \end{aligned} \right\} & \text{(I)} \end{aligned}$$

Problème dual

$$\begin{aligned} \min \quad & B.Y \\ \left. \begin{aligned} A^{i_1} \cdot Y &= c_{i_1} & i_1 \in \mathcal{J}_1 \\ A^{i_2} \cdot Y &\geq c_{i_2} & i_2 \in \mathcal{J}_2 \\ y_{j_2} &\geq 0 & j_2 \in \mathcal{J}_2 \end{aligned} \right\} & \text{(II)} \end{aligned}$$

V.2.2.1.2. - CARACTERISATION PRIMALE-DUALE D'UN OPTIMUM

Considérons les trois formes suivantes :

$$\begin{aligned} z_1 &= C.X = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n \\ \Omega &= \sum_i \sum_j y_j a_{ij} x_i \\ z_2 &= B.Y = b_1 y_1 + b_2 y_2 + \dots + b_p y_p \end{aligned}$$

Désignons par X un vecteur "primal réalisable" c'est à dire vérifiant les contraintes primales (I) et par Y un vecteur "dual réalisable" c'est à dire vérifiant les contraintes duales (II).

THEOREME FONDAMENTAL

α) Pour tout X et Y réalisables $z_1 \leq \Omega \leq z_2$

$$\max z_1 = \Omega = \min z_2$$

β) $z_1 = \Omega \iff X$ solution optimale

$$\begin{array}{l} \updownarrow \\ \text{pour tout } i_2 \in \mathcal{J}_2 \text{ on a } \left| \begin{array}{l} x_{i_2} = 0 \\ \text{ou } A_{i_2} \cdot Y = c_{i_2} \end{array} \right. \end{array}$$

$\Omega = z_2 \iff Y$ solution optimale

$$\begin{array}{l} \updownarrow \\ \text{pour tout } j_2 \in \mathcal{Y}_2 \text{ on a } \left| \begin{array}{l} y_{j_2} = 0 \\ \text{ou } A_{j_2} \cdot X = b_{j_2} \end{array} \right. \end{array}$$

Si en particulier $z_1 = z_2 \iff X$ et Y solutions optimales

$$\begin{array}{l} \left| \begin{array}{l} x_{i_2} = 0 \\ \text{ou } A_{i_2} \cdot Y = c_{i_2} \end{array} \right. \\ \forall i_2 \in \mathcal{J}_2 \end{array} \quad \updownarrow \quad \text{et} \quad \begin{array}{l} \left| \begin{array}{l} y_{j_2} = 0 \\ \text{ou } A_{j_2} \cdot X = b_{j_2} \end{array} \right. \\ \forall j_2 \in \mathcal{Y}_2 \end{array}$$

La partie β) du théorème donne une caractérisation d'obtention de la solution optimale.

Comme nous l'avons vu dans le § V.2.1. nous n'obtenons pas toujours la solution optimale en un nombre fini d'itérations.

C'est pour cette raison que nous allons introduire ici une extension du théorème précédent qui va donner une caractérisation d'obtention de la solution optimale à ϵ près.

THEOREME D'EXTENSION DE LA CONDITION SUFFISANTE

Soient X et Y respectivement primal et dual réalisables

Si on peut trouver X et Y tels que

$$(b_j - A_j X) y_j \leq \frac{\varepsilon}{2 \text{card}(\mathcal{J}_2)} \quad \forall j \in \mathcal{J}_2$$

$$\text{et } (A^i Y - c_i) x_i \leq \frac{\varepsilon}{2 \text{card}(\mathcal{I}_2)} \quad \forall i \in \mathcal{I}_2$$

alors $z_2 - z_1 \leq \varepsilon$ ε arbitrairement petit

démonstration

$$z_2 - z_1 = z_2 - \Omega + \Omega - z_1$$

$$z_2 - \Omega = B \cdot Y - XAY = \sum_{j=1}^p b_j y_j - \sum_{j=1}^p \sum_{i=1}^n a_j^i x_i y_j$$

$$z_2 - \Omega = \sum_{j=1}^p (b_j - \sum_{i=1}^n a_j^i x_i) y_j = \sum_{j=1}^p (b_j - A_j X) y_j$$

$$\text{de même } \Omega - z_1 = \sum_{i=1}^n (A^i Y - c_i) x_i$$

puisque $b_{j_1} - A_{j_1} X = 0 \quad \forall j_1 \in \mathcal{J}_1$ et $A^{i_1} Y - c_{i_1} = 0 \quad \forall i_1 \in \mathcal{I}_1$

$$z_2 - z_1 = \sum_{j_2 \in \mathcal{J}_2} (b_{j_2} - A_{j_2} X) y_{j_2} + \sum_{i_2 \in \mathcal{I}_2} (A^{i_2} Y - c_{i_2}) x_{i_2}$$

$$\text{par conséquent } z_2 - z_1 \leq \frac{\text{card}(\mathcal{J}_2) \varepsilon}{2 \text{card}(\mathcal{J}_2)} + \frac{\text{card}(\mathcal{I}_2) \varepsilon}{2 \text{card}(\mathcal{I}_2)}$$

$$z_2 - z_1 \leq \varepsilon$$

conséquence

$$z_2 \geq z_1 \implies 0 \leq z_2 - z_1 \leq \varepsilon$$

$$\text{d'où } z_2 \leq z_1 + \varepsilon$$

la partie α du théorème fondamental nous dit que

$$z_1 \leq \max z_1 = \min z_2 \leq z_2 \leq z_1 + \varepsilon$$

$$z_1 \leq \max z_1 \leq z_1 + \varepsilon$$

$\implies z_1$ valeur approchée de $\max z_1$ à ε près.

Nous pouvons donc affirmer que si au lieu de rendre ces produits nuls on les rend petits on s'approche alors de la solution optimale.

V.2.2.2 - APPLICATION DE LA TECHNIQUE DE DUALITE SUR NOTRE PROBLEME

V.2.2.2.1 - ENONCE DU PROBLEME

V.2.2.2.1.1 - DETERMINATION DU PROBLEME DUAL

Rappelons que le problème posé jouant le rôle du primal a été formulé de la manière suivante :

$$\sum_{j \in J_i} f_{ij} = a_i \quad \forall i \quad (1) \quad i \in [1, n]$$

$$\frac{R}{d_j} - \sum_{i \in I_j} f_{ij} \leq 0 \quad \forall j \quad (2) \quad j \in [1, m]$$

$$f_{ij} \geq 0 \quad \forall i \quad \forall j \in J_i \quad (3)$$

max R

Pour passer de ce problème primal à son dual nous allons associer au premier groupe d'équations (1) les variables g_i et au deuxième groupe (2) les variables h_j .

Les contraintes équivalentes à (II) de la théorie générale vont donc être les suivantes :

$$\sum_{j=1}^m \frac{h_j}{d_j} = 1 \quad (4)$$

$$g_i - h_j \geq 0 \quad \forall i \quad \forall j \in J_i \quad (5)$$

Le signe d'inégalité \geq du deuxième groupe (5) est imposé du fait des contraintes de signe (3) sur les f_{ij} .

D'autre part les variables h_j correspondant aux contraintes unilatérales du primal vont avoir des contraintes de signe de la forme

$$h_j \geq 0 \quad \forall j \quad (6)$$

La fonction objectif du problème dual ne dépendra que des variables duales g_i puisque les coefficients des variables h_j provenant du groupe d'inéquations (2) sont nuls.

$$\min \sum_{i=1}^n a_i g_i$$

Le dual s'exprime donc de la manière suivante :

$$\sum_j \frac{h_j}{d_j} = 1 \quad (4)$$

$$g_i - h_j \geq 0 \quad \forall i \quad \forall j \in J_i \quad (5)$$

$$h_j \geq 0 \quad (6)$$

$$\min \sum_{i=1}^n a_i g_i$$

Nous pouvons remarquer en regardant les contraintes (4) et (5) qu'il existe une grande indétermination sur les valeurs des variables g_i et h_j . Démontrons qu'elles sont définies à une constante multiplicative près.

$$\text{posons } g_i = \varepsilon g'_i \quad \varepsilon > 0$$

$$\text{et } h_j = \alpha h'_j \quad \alpha > 0$$

$$(4) \text{ devient } \sum_j \alpha \frac{h'_j}{d_j} = 1 \quad \sum_j \frac{h'_j}{d_j} = \frac{1}{\alpha}$$

$$\alpha \text{ étant quelconque positif on en déduit que } \sum_j \frac{h'_j}{d_j} > 0$$

comme de plus $d_j > 0 \quad \forall j$ (4) se réduit donc à

$$\sum_j h'_j > 0 \text{ (expression indépendante de } \alpha \text{)}$$

(5) pour sa part devient $g_i - h_j = \varepsilon g'_i - \alpha h'_j \geq 0$
 prenons $\varepsilon = \alpha \implies \alpha (g'_i - h'_j) \geq 0$ comme $\alpha > 0$
 on obtient $g'_i - h'_j \geq 0$ indépendante de α
 d'où (5) reste inchangé.

En résumé la formulation du primal et du dual est la suivante :

Primal	Dual
$\sum_{j \in J_i} f_{ij} = a_i \quad \forall i \quad (1)$	$\sum_j h_j > 0 \quad (4)$
$\frac{R}{d_j} - \sum_{i \in I_j} f_{ij} \leq 0 \quad \forall j \quad (2)$	$g_i - h_j \geq 0 \quad \forall i \quad \forall j \in J_i \quad (5)$
$f_{ij} \geq 0 \quad \forall i \quad \forall j \in J_i \quad (3)$	$h_j \geq 0 \quad \forall j \quad (6)$
max R	min $\sum_{i=1}^n a_i g_i$

V.2.2.2.1.2 - DETERMINATION DES CONDITIONS D'OPTIMALITE APPROCHEE

En se référant au théorème d'extension vu au § V.2.2.1.2 on peut en déduire les conditions d'optimalité à ϵ près du problème primal-dual formulé précédemment.

Ces conditions sont les suivantes :

il faut d'une part que les contraintes primales et duales soient vérifiées et que d'autre part

$$\left(\sum_{i \in I_j} f_{ij} - \frac{R}{d_j} \right) h_j \leq \frac{\epsilon}{2m} \quad \forall j \quad (7)$$

$$(g_i - h_j) f_{ij} \leq \frac{\epsilon}{2e} \quad \forall j \quad \forall i \in I_j \quad (8)$$

avec $e = \sum_{i=1}^n \text{card } J_i$.

V.2.2.2.1.3 - RECHERCHE DE LA VALEUR DES VARIABLES
DUALES ET PRIMALES VERIFIANT ① → ⑧

Désignons par L l'ensemble des indices j pour lesquels $(n_j d_j - R) < \alpha$ et par K son complémentaire dans l'ensemble des entiers de 1 à m (nous rappelons

$$\text{que } \sum_{i \in I_j} f_{ij} = n_j)$$

V.2.2.2.1.3.1 - DETERMINATION DES VALEURS
DES VARIABLES h_j

Nous allons considérer pour la recherche de ces valeurs les contraintes ④, ⑥ et ⑦

Pour satisfaire à ④ nous allons donner une valeur positive aux variables h_j pour $j \in L$, valeur que nous allons déterminer.

$$\begin{aligned} \left(\sum_{i \in I_j} f_{ij} - \frac{R}{d_j} \right) h_j &= \left(\frac{n_j d_j - R}{d_j} \right) h_j < \left(\frac{n_j d_j - R}{\min_j d_j} \right) h_j \\ &< \frac{\alpha h_j}{\min_j d_j} \end{aligned}$$

Compte tenu de ⑦ nous allons donc prendre comme valeur de ces h_j pour $j \in L$ la valeur $\frac{\epsilon \min_j d_j}{2\alpha m}$

Par conséquent ⑦ est vérifié pour $j \in L$.

Pour $j \in K$ la quantité $n_j d_j - R$ est $\geq \alpha$. Nous prendrons donc les variables h_j égales à 0 pour $j \in K$. Les contraintes ⑦ étant vérifiées dans ce cas également.

$$\begin{cases} h_j = \frac{\varepsilon \min d_j}{2 \alpha_m} & \forall j \in L \\ h_j = 0 & \forall j \in K \end{cases}$$

V.2.2.2.1.3.2 - DETERMINATION DES VALEURS
DES VARIABLES g_i

La détermination de la valeur des variables g_i va se déduire des valeurs h_j en considérant les contraintes duales (5) et les contraintes d'optimalité (8). Pour ce faire nous allons raisonner sur une figure. Désignons par η la valeur $\frac{\varepsilon \min d_j}{2 \alpha_m}$

						g_i
	○		○			≥ 0
		○	○	○		$\geq \eta$
	○			○		≥ 0
		○			○	$\geq \eta$
	○		○			≥ 0
		○		○		$\geq \eta$
h_j	0	η	0	0	η	0

Nous remarquons que pour que (5) soit vérifié, il faut que les lignes supportant des cases situées sur des colonnes j ou $h_j = \eta$ correspondent à des variables $g_i \geq \eta$.

Pour les autres il suffit que la variable g_i qui leur est associée soit positive ou nulle.

Compte tenu du fait que nous désirons avoir le moins de contraintes possible sur les f_{ij} , nous prendrons comme valeurs des g_i les valeurs suivantes

$$\left\{ \begin{array}{l} g_i = \eta = \frac{\varepsilon \min_{j \in L} d_j}{2\alpha_m} \quad \forall i \in \bigcup_{l \in L} I_l \\ g_i = 0 \text{ ailleurs} \end{array} \right.$$

Ces valeurs permettront d'obtenir un maximum de différences $g_i - h_j$ nulles ce qui libérera les contraintes sur les f_{ij} .

Une fois la valeur des variables duales déterminée, il faut rechercher les valeurs possibles des variables primales f_{ij} de manière à ce que (8) soit vérifié.

V.2.2.2.3.1.3 - DETERMINATION DES CONTRAINTES SUR LES VARIABLES PRIMALES f_{ij}

$$\left. \begin{array}{l} g_i - h_j = \eta \text{ pour } i \in \bigcup_{l \in L} I_l \text{ et } j \in K \\ = 0 \text{ ailleurs} \end{array} \right|$$

ce qui fait que $(g_i - h_j) f_{ij} = \eta f_{ij}$ pour $i \in \bigcup_{l \in L} I_l$ et $j \in K$

Pour que les contraintes (8) soient satisfaites il faut donc que :

$$\eta f_{ij} \leq \frac{\varepsilon}{2\ell} \quad \eta = \frac{\varepsilon \min_{j \in L} d_j}{2\alpha_m}$$

donc que $f_{ij} \leq \frac{m \alpha}{\varepsilon \min_{j \in L} d_j}$ pour $i \in \bigcup_{l \in L} I_l$ et $j \in K$

En résumé on peut dire que si l'on trouve des variables primales f_{ij} vérifiant

$$f_{ij} \leq \frac{m \alpha}{e_j^{\min} d_j} \quad \text{pour } i \in \bigcup_{l \in L} I_l \quad \text{et } j \in K$$

alors en donnant aux variables duales les valeurs suivantes :

$$\left| \begin{array}{l} h_j = \frac{\varepsilon \min_j d_j}{2\alpha m} \quad \text{pour } j \in L \\ h_j = 0 \quad j \in K \\ g_i = \frac{\varepsilon \min_j d_j}{2\alpha m} \quad \text{pour } i \in \bigcup_{l \in L} I_l \\ g_i = 0 \quad \text{ailleurs} \end{array} \right.$$

nous aurons démontré que la solution proposée approche de la solution optimale à ε près.

V.2.2.2.1.4 - ENONCE DU PROBLEME A DEMONTRER

Le problème se précise maintenant en ce sens qu'il nous reste à prouver que l'on arrive à rendre les f_{ij} inférieurs à $\frac{m \alpha}{e_j^{\min} d_j}$ pour $i \in \bigcup_{l \in L} I_l$ et $j \in K$ en un nombre fini d'itérations.

Au cours de chaque itération de l'algorithme proposé nous essayons d'augmenter une des valeurs $n_j d_j$ $j \in L$.

Définition : On appellera cycle l'ensemble des itérations nécessaires pour faire progresser l'ensemble des valeurs $n_j d_j$ $j \in L$.

R étant égal au minimum des valeurs $n_j d_j$ nous sommes sûrs que cette variable augmentera tous les cycles. La longueur d'un cycle étant égal à $\text{card } L (\leq m-1)$, nous pouvons affirmer que R augmentera d'une valeur positive au minimum toutes les $m-1$ itérations.

Désignons par r_p le terme général d'une suite ou $r_p =$ valeur de R au cycle p.

Que peut-on dire de cette suite ?

Tout d'abord on peut affirmer qu'elle est croissante puisqu'à chaque cycle on augmente R d'une valeur positive.

D'autre part, elle est majorée par la valeur $M = \sup_j (d_j \sum_{i \in I_j} a_i)$.

Ces deux remarques nous permettent de déduire que cette suite est convergente. Elle tend donc vers une limite.

Le problème posé est donc le suivant.

Peut-on démontrer que cette limite est bien la solution optimale recherchée.

En d'autres termes

$\exists p \in \mathbb{N}$ tel que $R^* - r_p \leq \epsilon$ ou R^* représente la valeur de la solution optimale.

V.2.2.2.2 - DEMONSTRATION D'OBTENTION DE LA SOLUTION OPTIMALE A ϵ PRES EN UN NOMBRE FINI D'ITERATIONS

Pour ce faire, nous allons jouer sur le fait que toute suite convergente est de Cauchy, ce qui va nous permettre d'écrire la proposition suivante :

$$\forall \beta > 0 \quad \exists n_\beta > 0 : \forall s > n_\beta \quad |r_s - r_t| \leq \beta \\ \forall t > n_\beta$$

Si nous arrivons à démontrer que ceci nous conduit à l'existence d'un $\gamma > 0$ tel que $\forall i \in \bigcup_{l \in L} I_l \quad \forall j \in J_i \cap K$
 $f_{ij} \leq \gamma$ alors la démonstration sera faite.

Pour ce faire, nous allons raisonner par l'absurde et montrer que :

Si $\exists i \in \bigcup_{l \in L} I_l \quad \exists j \in J_i \cap K$ tels que $f_{ij} > \gamma$ avec $\gamma = m\alpha / e^{\min_j d_j} \alpha \leq \epsilon$
alors $\exists \beta > 0 : \forall n_\beta > 0 \quad \exists s > n_\beta \quad : |r_s - r_t| > \beta$
 $\exists t > n_\beta$

Partons de la fin du cycle p ou $R = r_p$ et examinons ce qu'il se passe au cours du cycle suivant $p+1$.

Chaque itération v de ce cycle aura pour but de faire progresser la valeur $n_j d_j$ d'une colonne $j \in L$ ($L =$ ensemble des indices j pour lesquels $n_j d_j - r_p < \alpha_v$). Cette progression sera possible grâce à l'hypothèse de départ qui veut qu'il $\exists i \in \bigcup_{l \in L} I_l \quad \exists j \in J_i \cap K$ tels que $f_{ij} > \gamma$
 ($\gamma = m\alpha_v / e^{\min_j d_j}$).

En effet de ceci on déduit l'existence d'un chemin joignant une colonne $l, l \in L$, à une colonne $k, k \in K$, ayant pour support une ligne $i, i \in I_l \cap I_k$. La valeur de

la case (i,k) , f_{ik} , sera donc par l'hypothèse supérieure à la valeur x .

Nous allons par conséquent, pouvoir diminuer la valeur de la case "admissible marquée" (i,k) au profit de la case "admissible" (i,l) . De ce fait la quantité $n_l d_l$ va augmenter d'une valeur positive.

Essayons de calculer la nouvelle valeur de la quantité $n_l d_l$.

Désignons tout d'abord par \sum_j^V la différence $n_j d_j - r_p$ pour $j \in [1,m]$ et par x la valeur dont va diminuer la variable f_{ik} et par la même augmenter la variable f_{il} .

Nous pouvons établir immédiatement que :

$$x \leq f_{ik} \quad (a)$$

D'autre part $n_k d_k$ doit rester supérieur ou égal à $n_l d_l$ ce qui fait que

$$r_p + \sum_l^V + x d_l \leq r_p + \sum_k^V - x d_k$$

$$\text{d'où} \quad x \leq \frac{\sum_k^V - \sum_l^V}{d_k + d_l} \quad (b)$$

La valeur de x a intérêt à être la plus grande possible, la progression de R étant plus importante dans ce cas. Compte tenu des inégalités (a) et (b) nous prendrons donc pour x le minimum de ces deux quantités.

$$x = \min \left(f_{ik}, \frac{\sum_k^V - \sum_l^V}{d_k + d_l} \right)$$

Calculons maintenant la nouvelle valeur de $\{1$,

$$\{1^{v+1} \cdot \{1^{v+1} = \{1^v + x d_1.$$

Deux cas se présentent ici suivant la valeur de x .

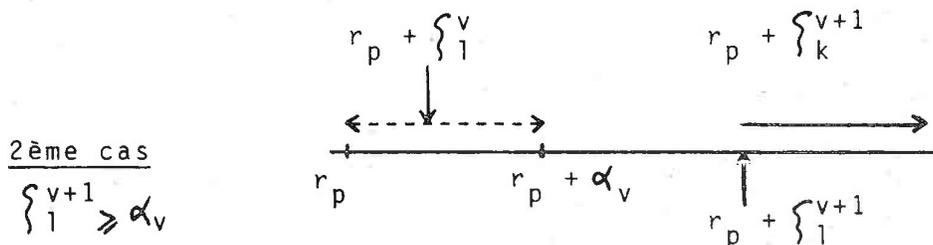
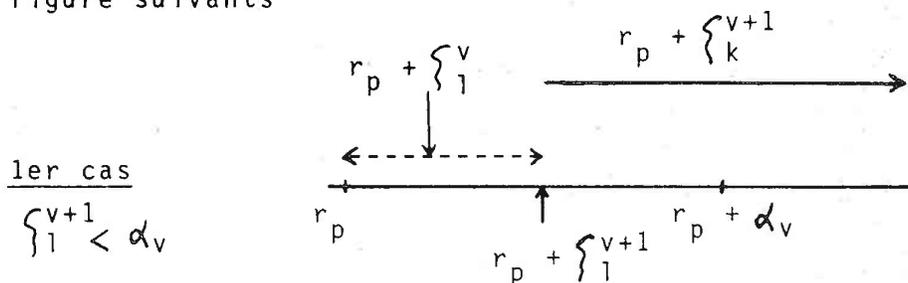
- Si f_{ik} est minimum $x = f_{ik}$ d'où

$$\{1^{v+1} = \{1^v + f_{ik} d_1$$

- Si f_{ik} n'est pas minimum $x = \frac{\{k^v - \{1^v}{d_k + d_1}$ d'où

$$\{1^{v+1} = \{1^v + \left(\frac{\{k^v - \{1^v}{d_k + d_1} \right) d_1, \quad \{1^{v+1} = \frac{\{k^v d_1 + \{1^v d_k}{d_k + d_1}$$

Il est possible d'aboutir aux deux cas de figure suivants



Au terme de cette itération nous voulons que le nombre d'éléments de L ait diminué d'au moins une unité.

Nous allons donc, à l'itération suivante, prendre pour α la valeur α_{v+1} suivante :

$$\alpha_{v+1} = \min(\alpha_v, \{\}_1^{v+1}) \quad \text{d'où}$$

$$\alpha_{v+1} = \min(\alpha_v, \{\}_1^v + f_{ik} d_1, \frac{\{\}_k^v d_1 + \{\}_1^v d_k}{d_k + d_1})$$

Nous savons par hypothèse que $f_{ik} > \gamma$, $\{\}_k^v \geq \alpha_v$ pour $k \in K$, $\{\}_j^v \geq 0 \quad \forall j$ et que $\gamma = m \alpha_v / e \min_j d_j$, par conséquent :

$$\{\}_1^v + f_{ik} d_1 > \gamma \min_j d_j = m \alpha_v / e$$

$$\frac{\{\}_k^v d_1 + \{\}_1^v d_k}{d_k + d_1} \geq \frac{\{\}_k^v d_1}{d_k + d_1} \geq \frac{\alpha_v \min_j d_j}{\min_j d_j + \max_j d_j}$$

Désignons avant de poursuivre par η la valeur suivante :

$$\eta = \min\left(\frac{m}{e}, \frac{\min_j d_j}{\min_j d_j + \max_j d_j}\right) \quad (\eta < 1)$$

Tout ceci nous permet de déduire que la nouvelle valeur de α , α_{v+1} sera au minimum égale à la valeur $\eta \alpha_v$.

A chaque itération v d'un cycle nous diminuons d'une unité minimum le nombre d'éléments de l'ensemble L en agissant sur α_v .

A la fin du cycle $p+1$ la valeur finale de α sera donc au minimum égale à

$$\alpha_0 \times \eta^{m-1}$$

Comme nous cherchons une solution à ϵ près nous allons prendre pour α_0 (valeur initiale de α) la valeur ϵ .

Au cours d'un cycle la valeur de R augmentera donc d'une quantité au minimum égale à $\epsilon * \eta^{m-1}$.

Nous venons de montrer qu'à partir d'un certain rang on peut rendre les variables f_{ij} inférieures ou égales à $m\epsilon / e_{\min} d_j$ ceci $\forall i \in \bigcup_{l \in L} I_l \quad \forall j \in J_i \cap K$

(L = ensemble des indices j tels que $n_j d_j - R < \epsilon$).

Par conséquent, la suite (r_n) tend vers la solution optimale à ϵ près en un nombre fini de cycles. Chaque cycle comportant au plus $m-1$ itérations, on peut conclure en disant que la solution optimale recherchée est atteinte à ϵ près en un nombre fini d'itérations.

CHAPITRE VI

DESCRIPTION DU PROGRAMME D'AFFECTATION DU PERSONNEL

DE QUALIFICATIONS MULTIPLES

INTRODUCTION

Nous allons donner dans ce chapitre une description de l'algorithme d'affectation proposé au § V.1. Cette description tiendra compte également des études de convergence faites au § V.2.

Nous proposerons également un exemple de mise en oeuvre de ce programme d'affectation actuellement opérationnel sur CII 10070.

VI. 1. DESCRIPTION DE L'ALGORITHME D'AFFECTION

Nous allons décomposer la description de cet algorithme en deux parties.

La première correspondra à la description de l'algorithme de recherche de la solution de base et la deuxième à la description de l'algorithme de recherche de la solution optimale approchée.

Pour ce faire nous utiliserons la technique de modularité.

VI.1.1 - ALGORITHME DE RECHERCHE DE LA SOLUTION DE BASENiveau 0 Recherche de la solution de base

- Pour chaque ligne i du tableau ($n \times m$) ne comportant qu'une seule case (i,j) "admissible"

faire : $f_{ij} = a_i$

- Pour chaque colonne j du tableau ne comportant qu'une seule case (i,j) "admissible" non "marquée"

faire :

$$f_{ij} = a_i$$

- Pour chaque ligne i ne comportant aucune case "admissible marquée" faire

$$\left(\sum_{j \in J_i} f_{ij} = 0 \right)$$

Recherche d'une colonne quelconque j correspondant à la quantité $n_j d_j$ minimum

$$f_{ij} = a_i$$

Niveau 1 Recherche d'une colonne quelconque j correspondant à la quantité $n_j d_j$ minimum.

- Pour chaque colonne j_1 , $j_1 \in J_i$ faire

Si $n_{j_1} d_{j_1}$ minimum faire $j = j_1$

VI.1.2 - ALGORITHME DE RECHERCHE DE LA SOLUTION OPTIMALE APPROCHÉE

Niveau 0 Recherche de la solution optimale approchée.

$$- R = \min_j n_j d_j$$

Pour chaque cycle faire

- Détermination des éléments de L ($\alpha = \varepsilon$)
- tant que $\text{card } L \neq 0$ faire
 - Si $\text{card } L = m$ arrêt (R solution optimale approchée, tous les produits $n_j d_j$ étant égaux à ε près)
 - Pour chaque élément l de L tant qu'il n'existe pas de chemin reliant une colonne $l \in L$ à une colonne $k \in K$.
 - Recherche d'un chemin élémentaire
 - Si un tel chemin \exists alors
 - Réorganisation des cases "admissibles marquées"
 - $\alpha = \min(\alpha, n_l d_l - R)$
 - Détermination des éléments de L

$$R = \min_j n_j d_j$$
 Si aucun chemin n'a été trouvé arrêt
 (R solution optimale à ϵ près)

Niveau 1 Détermination des éléments de l'ensemble L

- Pour chaque colonne j faire

$$\left| \begin{array}{l} \text{Si } n_j d_j < R + \alpha \text{ alors } j \in L \end{array} \right.$$

Recherche d'un chemin élémentaire de la colonne $l \in L$ à une colonne $k \in K$

- Pour chaque i tant qu'un chemin n'existe pas faire

$$\left| \begin{array}{l} \text{Si la case } (i, l) \text{ est "admissible" faire} \end{array} \right.$$

$$\left| \begin{array}{l} \text{Pour chaque } k \in J_i \cap K \text{ tant qu'un chemin } \exists \\ \text{faire} \end{array} \right.$$

$$\left| \begin{array}{l} \text{Si la case } (i, k) \text{ est "admissible marquée"} \\ \text{et si } f_{ik} > \frac{m\alpha}{e \min_j d_j} \end{array} \right.$$

alors un tel chemin existe

Sinon un tel chemin n'existe pas.

Réorganisation des cases "admissibles marquées"

$$- b = \min \left(f_{ik}, \frac{n_k d_k - n_l d_l}{d_k + d_l} \right)$$

$$- f_{il} = f_{il} + b$$

$$- f_{ik} = f_{ik} - b$$

$$- n_l d_l = n_l d_l + b d_l$$

$$- n_k d_k = n_k d_k - b d_k$$

VI.2. PROGRAMME D'AFFECTION

VI.2.1. - TEXTE DU PROGRAMME

```

1.      COMMON IT(40,40),R(40,40),IS(40),U(40),IV(40),IW(40),JT(26),IZ(40)
2.      C
3.      C      *****
4.      C      *      INITIALISATIONS      *
5.      C      *****
6.      C
7.      C
8.      C      INITIALISATION DES TABLEAUX A ZERO
9.      C
10.     62      DO 30 I=1,40
11.           DO 31 J=1,40
12.           IT(I,J) = 0
13.           R(I,J) = 0
14.     31      CONTINUE
15.           U(I) = 0
16.           IW(I) = 0
17.           IZ(I)=0
18.     30      CONTINUE
19.      C
20.      C      LECTURE DE LA CARTE PARAMETRE
21.      C
22.      READ(1,100)NO,N,M,IP,IR,II
23.     100     FORMAT(6I2)
24.      C
25.      C      *****
26.      C      *      LECTURE ET VERIFICATIONS      *
27.      C      *      DES DONNEES      *
28.      C      *****
29.      C
30.      IF(NO.NE.0)GO TO 1006
31.      C
32.      C      PRISE EN COMPTE DES CARTES "MATRICE"
33.      NOR=0
34.      NRO=0
35.     3      READ(1,101)NO,(JT(I),I=1,26)
36.     101     FORMAT(I2,26I3)
37.           IF(NO.GT.50) GO TO 1
38.           IF(NO.GT.NOR+1.OR.NO.LT.NOR)GO TO 1001
39.           NOR =NO
40.           IREFC =JT(1)
41.           DO 2 J=1,26
42.           IF(JT(J).EQ.0)GO TO 3
43.           IF(JT(J).LT.IREFC.OR.JT(J).GT.M)GO TO 1002
44.           J1=JT(J)
45.           IREFC = J1
46.           IT(NO,J1)=1
47.           NRO=NRO+1
48.     2      CONTINUE
49.           GO TO 3
50.     1      IF(NOR.NE.N)GO TO 1005
51.      C
52.      C      PRISE EN COMPTE DES CARTES "SECOND MEMBRE"
53.      C
54.      NOR=0
55.      NRR=0
56.     8      IF(NOR.GT.0)GO TO 4
57.           IF(NO.NE.51)GOTO1003
58.           DO 5 I=1,26
59.           IF(JT(I).EQ.0)GO TO 6
60.           IS(I)=JT(I)
61.     5      CONTINUE
62.     6      READ(1,101)NO,(JT(J),J=1,26)

```

```

63.      NBR=NBR+1
64.      IF(N.LE.26)GO TO 7
65.      IF(NBR.EQ.2)NOR=I+25
66.      GO TO 8
67.      7      NOR = I-1
68.      GO TO 8
69.      4      IF(N.NE.NOR)GO TO 1003
70.      C
71.      C      PRISE EN COMPTE DES CARTES "COEFFICIENTS"
72.      C
73.      NOR=0
74.      NBR=0
75.      13     IF(NOR.GT.0)GO TO 9
76.      IF(NO.NE.52)GOTO1004
77.      DO 10 I=1,26
78.      IF(JT(I).EQ.0)GO TO 11
79.      IV(I)=JT(I)
80.      10     CONTINUE
81.      11     READ(1,101)NO,(JT(J),J=1,26)
82.      NBR=NBR+1
83.      IF(M.LE.26)GO TO 12
84.      IF(NBR.EQ.2)NOR=25+I
85.      GO TO 13
86.      12     NOR=I-1
87.      GO TO 13
88.      C
89.      C      IMPRESSION DES LIRELLES D'ERREURS
90.      C
91.      1001  WRITE(2,201)NO
92.      201   FORMAT(/21HERREUR NO 1 CARTE NO ,I3)
93.      GO TO 60
94.      1002  WRITE(2,202)NO
95.      202   FORMAT(/21HERREUR NO 2 CARTE NO ,I3)
96.      GO TO 60
97.      1003  WRITE(2,203)NO
98.      203   FORMAT(21HERREUR NO 3 CARTE NO ,I3)
99.      GOTO60
100.     1004  WRITE(2,204)NO
101.     204   FORMAT(/21HERREUR NO 4 CARTE NO ,I3)
102.     GOTO60
103.     1005  WRITE(2,205)NO
104.     205   FORMAT(/21HERREUR NO 5 CARTE NO ,I3)
105.     GOTO60
106.     1006  WRITE(2,206)NO
107.     206   FORMAT(/21HERREUR NO 6 CARTE NO ,I3)
108.     GOTO60
109.     1007  WRITE(2,207)NO
110.     207   FORMAT(/21HERREUR NO 7 CARTE NO ,I3)
111.     60    STOP
112.     9      IF(M.NE.NOR)GO TO 1004
113.     IF(NO.NE.0.AND.NO.NE.99) GO TO 1007
114.     C
115.     C      *****
116.     C      * RECHERCHE DE LA SOLUTION *
117.     C      *           DE BASE           *
118.     C      *****
119.     C
120.     C
121.     C      AFFECTATION DES PERSONNES SPECIALISEES
122.     C      DANS UNE SEULE OPERATION
123.     C
124.     DO 14 I=1,N

```

```

125.      ICOMP = 0
126.      DO 15 J=1,M
127.      IF(IT(I,J).NE.1)GO TO 15
128.      ICOMP = ICOMP + 1
129.      IN = J
130.      15 CONTINUE
131.      IF(ICOMP.NE.1)GO TO 14
132.      R(I,IN)=IS(I)
133.      U(IN)= IV(IN)*IS(I)+U(IN)
134.      IZ(I)=1
135.      14 CONTINUE
136.      C
137.      C      AFFECTION DES PERSONNES SEULES CAPABLES
138.      C      D'EFFECTUER UNE OPERATION
139.      C
140.      DO 16 J=1,M
141.      ICOMP = 0
142.      DO 17 I=1,N
143.      IF(IT(I,J).NE.1)GO TO 17
144.      ICOMP = ICOMP + 1
145.      IN = I
146.      17 CONTINUE
147.      IF(ICOMP.NE.1)GO TO 16
148.      IF(IZ(IN).EQ.1) GO TO 16
149.      R(IN,J)=IS(IN)
150.      U(J) =IV(J)* IS(IN)
151.      IZ(IN) = 1
152.      16 CONTINUE
153.      C
154.      C      AFFECTION DU PERSONNEL RESTANT
155.      C
156.      DO 18 I=1,N
157.      IF(IZ(I).EQ.1) GO TO 18
158.      REF=10.**10
159.      41 DO 19 J = 1,M
160.      IF(IT(I,J).NE.1) GO TO 19
161.      IF(U(J).GE.REF)GO TO 19
162.      IN=J
163.      REF=U(J)
164.      19 CONTINUE
165.      R(I,IN)=IS(I)
166.      U(IN)=U(IN)+IV(IN)*IS(I)
167.      18 CONTINUE
168.      C
169.      C      IMPRESSION DE LA SOLUTION DE BASE
170.      C
171.      IA=1
172.      REF=10.**10
173.      DO 300 J=1,M
174.      IF(U(J).LT.REF)REF=U(J)
175.      300 CONTINUE
176.      WRITE(2,209)REF
177.      209 FORMAT(1H1,19H SOLUTION DE BASE ,F10,2/)
178.      37 DO 32 I=1,N
179.      DO 33 J=1,M
180.      IF(R(I,J).EQ.0.)GO TO 33
181.      WRITE(2,208)I,J,R(I,J)
182.      208 FORMAT(1X,12,1X,12,1X,F10,2)
183.      33 CONTINUE
184.      32 CONTINUE
185.      GO TO (90,61) IA
186.      C

```

```

187.   C                               *****
188.   C                               * RECHERCHE DE LA SOLUTION *
189.   C                               * OPTIMALE *
190.   C                               *****
191.   C
192.   90-   ICYCLE=0
193.         ITER=0
194.         EPS=(FLOAT(IP)/10.**IR)
195.         XMIN=10.**10
196.         DO 79 J=1,M
197.         IF (IV(J).LT.XMIN) XMIN=IV(J)
198.         79 CONTINUE
199.   C
200.   C                               INITIALISATION D UN CYCLE
201.   C                               *****
202.   C
203.   78   ALPHA=EPS
204.         REF = 10.**10
205.         DO 20 J=1,M
206.         IF (U(J).LT.REF) REF=U(J)
207.         20 CONTINUE
208.         IF (II.EQ.0) GO TO 36
209.         WRITE(2,211)REF
210.         211 FORMAT(/30X,14HVALEUR DE R = ,E25.15)
211.         ICYCLE=ICYCLE+1
212.         WRITE(2,213)ICYCLE
213.         213 FORMAT(/10H CYCLE NO ,I3)
214.   C
215.   C                               DEROULEMENT D UN CYCLE
216.   C                               *****
217.   C
218.   C                               INITIALISATION DE L'ITERATION
219.   C
220.   C
221.   36   NBR=0
222.         DO 42 J=1,M
223.         IF (REF+ALPHA.LE.U(J)) GO TO 42
224.         NBR=NBR+1
225.         IW(NBR)=J
226.         42 CONTINUE
227.         IF (NBR.EQ.0) GO TO 78
228.         IF (NBR.EQ.M) GO TO 50
229.   C
230.   C                               DEROULEMENT D'UNE ITERATION
231.   C
232.         DO 23 J=1,NBR
233.         IN=IW(J)
234.         DO 98 I=1,N
235.         IF (II(I,IN).NE.1) GO TO 98
236.         DO 99 JI=1,M
237.         IF (IT(I,JI).NE.1) GO TO 99
238.         IF (R(I,JI).EQ.0.) GO TO 99
239.         IBOL=0
240.         DO 24 J2=1,NBR
241.         IF (IW(J2).EQ.JI) IBOL=1
242.         24 CONTINUE
243.         IF (IBOL.NE.0) GO TO 99
244.         IF (R(I,JI).GT.(ALPHA*M)/(NRO*XMIN)) GO TO 25
245.         99 CONTINUE
246.         98 CONTINUE
247.         23 CONTINUE
248.         GO TO 50

```

```

249.      25      XM=(U(J1)-U(IN))/(IV(J1)+IV(IN))
250.      IF(XM.GT.R(I,J1)) XM=R(I,J1)
251.      R(I,J1)=R(I,J1)-XM
252.      U(J1)=U(J1)-XM*IV(J1)
253.      R(I,IN)=R(I,IN)+XM
254.      U(IN)=U(IN)+ XM*IV(IN)
255.      ITER=ITER+1
256.      IF(U(J1).LT.U(IN))GO TO 80
257.      DIF=U(IN)-REF
258.      GO TO 81
259.      80      DIF=U(J1)-REF
260.      81      IF(DIF.LT.ALPHA)ALPHA=DIF
261.      IF(II.EQ.1)GOTO35
262.      GOTO36
263.      C
264.      C          IMPRESSION DES RESULTATS INTERMEDIAIRES
265.      C
266.      35      WRITE(2,210)ITER,I,J1,R(I,J1),I,IN,R(I,IN)
267.      210      FORMAT(/,5X,14H ITERATION NO ,I3,5X,I2,1X,I2,1X,E25.15,5X,
268.      1I2,1X,I2,1X,E25.15)
269.      GO TO 36
270.      C
271.      C          IMPRESSION DE LA SOLUTION OPTIMALE
272.      C          *****
273.      C
274.      50      WRITE(2,200)REF
275.      200      FORMAT(141,19H SOLUTION OPTIMALE ,F10.2)
276.      IA=2
277.      GOTO 37
278.      61      IF(NO.EQ.99)GO TO 62
279.      STOP
280.      END

```

VI.2.2 - NOTICE D'UTILISATION DU PROGRAMME

Description des cartes de données

a) carte paramètre. (1ère carte de donnée)

Les paramètres sont lus en format 6I2

NØ = 0 ou blanc (n° de séquence)

N = nombre de contraintes bilatérales (nombre de lignes du tableau d'affectation)

M = nombre de contraintes unilatérales (nombre de colonnes du tableau d'affectation)

IP,IR paramètres indiquant la précision souhaitée pour la valeur de R

$$\varepsilon = IP * 10^{IR}$$

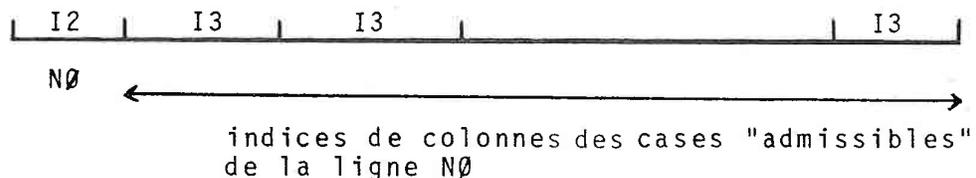
II paramètre permettant l'obtention de résultats intermédiaires

II = 1 sortie de résultats intermédiaires

II = 0 ou blanc pas de résultats intermédiaires

b) cartes matrice (N,M)

Seuls sont fournis ici les indices des cases "admissibles" ligne par ligne (de 1 à N). Les colonnes sont numérotées de 1 à M. La lecture de ces cartes se fait suivant le format (I2,26I3).



- les lignes doivent se suivre dans l'ordre 1,2,..,N sans trou dans la numérotation,
- pour une ligne donnée, les colonnes doivent se suivre dans l'ordre 1,2, ..,M.
- les indices de colonnes d'une même ligne peuvent occuper plusieurs cartes qui porteront le même numéro de ligne.

c) cartes second membre

Elles contiennent le nombre de personnes composant chaque groupe de qualification donnée, ceci ligne par ligne (dans l'ordre de 1 à N). Le format de perforation est le suivant (I2,26I3)



- elles sont toutes (2 au maximum, 1 au minimum) repérées par un code-carte égal à 51.

d) cartes coefficients

Elles sont perforées suivant le même format que les cartes second membre et contiennent colonne par colonne (dans l'ordre de 1 à M) les nombres d_j .

52	I3	I3		I3
NØ				

- elles sont toutes (2 au maximum, 1 au minimum) repérées par un code carte égal à 52.

e) cartes de fin de données

- la fin du paquet de données est marquée par une carte vierge
- la fin d'un exemple et le début d'un autre sont marqués par une carte comportant 99 dans les deux premières colonnes.

Lexique des erreurs détectées.

Les erreurs sont signalées par le message suivant
ERREUR NØ X CARTE NØ Y

Y représente le code carte de la carte erronée

X	Nature de l'erreur
1	les lignes ne se suivent pas dans l'ordre 1,2,..,N ou il en manque une
2	les colonnes ne se suivent pas dans l'ordre 1,2,..,M ou leurs numéros sont incorrects (> M)
3	il manque des données de second membre
4	il manque les cartes coefficients ou il manque des données sur ces cartes
5	il manque des cartes matrice
6	il manque la carte paramètre
7	la fin d'un exemple n'est marquée ni par une carte vierge ni par une carte 99.

Sortie des résultatsa) solution de base

La valeur de la solution de base est donnée au départ (valeur de R, et valeurs des f_{ij} non nuls) sous la forme

i j valeur de f_{ij}

b) résultats intermédiaires

Ils ne seront donnés que si $II = 1$ et donneront le détail des itérations cycle par cycle sous la forme

itération N° X i k valeur de f_{ik} i l valeur de f_{il}

ou (i,k) représente la case "admissible marquée" qui a diminué de valeur au profit de la case (i,l) "admissible".

c) solution optimale

Elle est donnée sous la même forme que la solution de base.

VI. 3 TRAITEMENT D'UN EXEMPLE D'ILLUSTRATION

L'exemple que nous allons étudier maintenant est tiré d'un cas réel d'affectation.

Il s'agit d'affecter 18 personnes à 17 opérations de montage. La qualification du personnel, la durée des opérations et le nombre de personnes par groupe sont indiqués par le tableau suivant

$P_i \setminus a_j$	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{15}	a_{16}	a_{17}	a_i
P_1	○																○	2
P_2		○		○	○	○	○									○		1
P_3		○		○	○	○	○									○		1
P_4		○	○	○	○	○										○		1
P_5				○					○									1
P_6			○		○				○	○	○	○	○	○	○	○	○	1
P_7	○	○		○	○	○	○							○	○	○	○	1
P_8	○	○		○				○	○					○				1
P_9		○	○	○	○	○	○					○	○	○	○	○	○	2
P_{10}		○		○	○	○	○			○								1
P_{11}				○														1
P_{12}		○	○	○	○	○	○					○	○	○	○	○	○	2
P_{13}		○	○	○	○	○						○	○	○	○	○	○	1
P_{14}	○							○	○					○				1
P_{15}		○	○	○	○	○						○	○	○	○	○	○	1
d_j	936	130	130	218	218	326	126	408	163	326	68	182	163	815	218	218	163	

TABLEAU D'AFFECTION

Le problème ainsi posé a été résolu de deux manières différentes. En utilisant l'algorithme décrit en VI.1. d'une part et d'autre part en utilisant la méthode du simplexe.

VI.3.1 -RESOLUTION DU PROBLEME PAR L'ALGORITHME D'AFFECTION

La phase de recherche de la solution de base nous donne les résultats suivants :

SOLUTION DE BASE		0.
1	17	2.00
2	1	1.00
3	2	1.00
4	3	1.00
5	10	1.00
6	6	1.00
7	7	1.00
8	5	1.00
9	12	2.00
10	16	1.00
11	4	1.00
12	13	2.00
13	15	1.00
14	8	1.00
15	11	1.00

La solution optimale est atteinte à 10^{-2} près après 160 cycles. Nous présentons ici le détail du 135ème cycle.

VALEUR DE R = .135798843383789E 03

CYCLE NO 135

ITERATION NO 297 2 1 .145090520381927E 00 2 6 .413644731044769E 00

ITERATION NO 298 6 6 .292132771573961E-02 6 11 .997073769569397E 00

VALEUR DE R = .135800338745117E 03

Ce cycle comporte deux itérations. L'ensemble L des indices de colonnes j pour lesquels $n_j d_j - R < \epsilon$ au départ du cycle est composé des deux indices de colonnes, 6 et 11. La première itération (itération n° 297) a pour but de faire sortir de l'ensemble L l'indice 6 et de faire progresser la valeur de $n_6 d_6$, la deuxième (itération n° 298) de permettre une augmentation de la valeur $n_{11} d_{11}$ en faisant sortir l'indice 11 de l'ensemble L.

A l'issue de ce cycle la valeur de R a progressé de $0,1495 \times 10^{-2}$. Cette quantité est bien supérieure comme nous l'avons montré dans le chapitre précédent à

$$\epsilon \times \frac{d_6}{d_6 + d_1} \cdot \frac{d_{11}}{d_{11} + d_6} = 10^{-2} \cdot \frac{326}{326+815} \cdot \frac{68}{68 + 326}$$

$$0.49 \cdot 10^{-3}$$

Les cycles composant la phase itérative se décomposent en 368 itérations conduisant à la solution optimale approchée, donnée ci-dessous.

SOLUTION OPTIMALE		136.00
1	17	2.00
2	1	.14
2	6	.42
2	7	.44
3	2	1.00
4	3	1.00
5	10	1.00
6	11	1.00
7	1	.01
7	2	.11
7	7	.64
7	14	.24
8	5	.14
8	9	.86
9	3	.75
9	12	1.25
10	16	1.00
11	4	1.00
12	13	2.00
13	15	1.00
14	5	.50
14	8	.50
15	11	1.00

En se reportant au tableau, on obtient

a_i

																	2	2
	0.14				0.42	0.44												1
	1																	1
		1																1
									1									1
										1								1
	0.01	0.11				0.64							0.24					1
					0.14			0.86										1
		0.75									1.25							2
																1		1
			1															1
												2						2
															1			1
				0.5		0.5												1
										1								1
d_j	936	130	130	218	218	326	126	408	163	326	68	182	163	815	218	218	163	
$n_j d_j$											136							



La valeur de R est égale à la valeur $n_{11}d_{11}$. Le rendement de l'atelier dépendra donc du rendement de l'opération 11.

Cette solution est atteinte après 2 centièmes de minute d'unité centrale.

Ce temps correspond au passage du programme donné en VI.2 sans sorties de résultats intermédiaires donnant le détail des itérations.

VI.3.2.- RESOLUTION DU PROBLEME PAR LE SIMPLEXE

Par l'algorithme du simplexe la solution optimale est donnée après 49 itérations au total. Les résultats obtenus sont différents des précédents puisqu'il n'y a pas unicité de la solution mais la valeur R est bien évidemment la même.

Pour citer un exemple l'algorithme du simplexe donne pour la 5ème ligne du tableau les résultats suivants

$$f_{54} = 0,3587 \quad f_{510} = 0,4172 \quad \text{et} \quad f_{516} = 0,2241$$

tandis que la solution précédente nous fournit pour la même ligne $f_{510} = 1$.

La solution donnée par l'algorithme du simplexe est atteinte après 10 centièmes de minute d'unité centrale. Ce temps est donc de cinq fois supérieur au précédent sur l'exemple que nous avons présenté.

CONCLUSION

Sur l'exemple que nous venons de traiter, nous pouvons constater une plus grande rapidité d'exécution de l'algorithme d'affectation par rapport à celui du simplexe. D'autre part, on peut ajouter que le volume et la difficulté de détermination des données sont réduits pour l'algorithme proposé, ce qui n'est pas le cas en ce qui concerne le simplexe.

Il semblerait enfin, sur les exemples que nous avons traités, que les solutions obtenues comportent plus d'éléments nuls, ce qui conduit à une mise en oeuvre plus facile de l'affectation du personnel.

CONCLUSION

Le travail d'automatisation de cette entreprise nous a conduit à l'élaboration d'une chaîne de programmes traitant de la gestion des commandes.

Nous avons également été amené à concevoir, au niveau de la fabrication, une méthode d'affectation du personnel à des opérations de montage.

L'utilisation de la technique de dualité nous a permis d'améliorer une méthode de recherche intuitive et de démontrer que la solution obtenue tendait vers la solution optimale.

Sur ce dernier point, nous avons été amené à utiliser une extension des propriétés classiques liant variables primales et duales à l'optimum.

Le tableau d'affectation obtenu par cette méthode nous permet soit de vérifier le bon emploi du personnel quand les rendements des opérations sont assez proches les uns des autres, soit d'envisager pour certaines personnes une formation interne, ces personnes étant celles affectées à des opérations de fort débit.

ANNEXES

Bon de commande (F1)

NOM : _____ Raison Sociale : _____ Rue : _____ Ville : _____ Gare : _____ Code Client _____ Nombre de Pièces _____	Debitrice	N° Colis	Poids	Port	N° Pièce	Date facture	N° Facture					
	1											
	2											
	3											
	4											
	5											
	6											
7												
TOTAUX ▶						1	2	3	4	5	6	7

Clary	101	102	Tambourin		Tatou		Tokyo				Tonkinois		
			8	21	8	21	103	104	105	106	8	21	
1890	0												
1970	1		1280	1	1550	1	1290	1			1390	1	
2050	2		1330	2	1600	2	1340	2			1440	2	
2130	3		1380	3	1650	3	1390	3			1490	3	
2210	4		1430	4	1700	4	1440	4			1540	4	
2290	5		1480	5	1750	5	1490	5			1590	5	
2370	6		1530	6	1800	6	1540	6			1640	6	
(8) C			(9) C		(10) C		(11) C				(12) C		

		Ponceau				Poulbot						Prairie			
		126	127	128	129	0	8	9	21	26	28	142	143	144	145
		2800	3			2400	3					3590	3		
		2930	4			2530	4					3750	4		
		3060	5			2660	5					3910	5		
		3190	6			2790	6					4070	6		
co	3	3320	7			2920	7					4230	7		
0		3450	8			3050	8					4390	8		
1		3580	9			3180	9					4550	9		
2		3710	10			3310	10					4710	10		
3		3840	11			3440	11					4870	11		
4		3970	12			3570	12					5030	12		
5		4100	13			3700	13					5190	13		
6		4230	14			3830	14					5350	14		
B		(19) B				(20) B						5510	15		
												5510	16		
												(21) B			

TOTAL ▶

Fiche statistiques client (F5)

639

Maison ALLAIN
146, rue de Dieppe
76 LE HOUÏLE

30 J. CREDIT LYONNAIS A ROUEN
4100/060.120

MAGASIN	<input type="checkbox"/>	CENTRE	<input type="checkbox"/>	QUARTIER	<input type="checkbox"/>
FORAIN	<input type="checkbox"/>	MARQUÉ	<input type="checkbox"/>	CENTRE	<input type="checkbox"/>
CHINEUR	<input type="checkbox"/>	MARQUÉ	<input type="checkbox"/>	CENTRE	<input type="checkbox"/>
DIVERS	<input type="checkbox"/>				

COTE SCRL	<input type="checkbox"/>	Date	<input type="checkbox"/>
CONCURRENCE	<input type="checkbox"/>		

ANNEE	COLLECTIONS POU M		REMONTÉES POU M													PITCH	
	RENTRE	BABY	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	HIVER	ÉTÉ	
1968																	
1969			<i>Redonné</i>														
1970																	

OBSERVATIONS

Fiche Paquet (F7)

1	1	PAQUET N° 00221	11	11	N° 00221
N° 00221					N° 00221
2	2		12	12	N° 00221
N° 00221					N° 00221
3	3		13	13	N° 00221
N° 00221					N° 00221
4	4		14	14	N° 00221
N° 00221					N° 00221
5	5	M 9 Colaris . . .	15	15	N° 00221
N° 00221		8 12 Quantité . . .			N° 00221
6	6		16	16	N° 00221
N° 00221					N° 00221
7	7		17	17	N° 00221
N° 00221					N° 00221
8	8		18	18	N° 00221
N° 00221					N° 00221
9	9		19	19	N° 00221
N° 00221					N° 00221
10	10		20	20	N° 00221
N° 00221					N° 00221

ORDRE DE FABRICATION N°

Série : *CHICKI* Taille : *4* Quantités : *20*

Période : *26*

Observations :

Ordre de fabrication (F8)

Série CRICRI

Période 26

ORDRE DE FABRICATION du

N° X

Observations

N°	Paquets	Tailles	Colours	7	9	3	17											Total	Quantités	Pointage
222	4	8	A	7	9	3	17											35		
224	4	8	A	7	12													20		

BIBLIOGRAPHIE

- (1) MALLET R.A *La méthode informatique*
Ed. HERMANN, 1971
- (2) REIX R. *L'analyse en informatique*
de gestion (1er tome) DUNOD, 1971
- (3) PEREA *Etude du coût de saisie de*
l'information pour la chaîne
de gestion des commandes
Document interne, 1974
- (4) CORIG A et B *(CGI), Avril 1973*
- (5) LEGRAS J. *La dualité*
Cours de recherche opérationnelle
du DEA, Université de Nancy I,
1973 (non publié)
- THOMAS A. *Techniques d'analyse en*
informatique de gestion
DUNOD, 1970
- SORDET J. *La programmation linéaire*
appliquée à l'entreprise
DUNOD

NOM DE L'ETUDIANT : GELIN Paul

NATURE DE LA THESE : Doctorat de Spécialité en Mathématiques Appliquées

VU, APPROUVE

& PERMIS D'IMPRIMER

NANCY, le 21 Février 1975

LE PRESIDENT DE L'UNIVERSITE DE NANCY I

